Loi de Bernoulli

C'est la loi de la réussite ou de l'échec (réalisation ou non d'un événement A). On décide de coder par 0 un des deux événements possibles et par 1 la deuxième éventualité. Par exemple, si on s'intéresse à la présence ou l'absence d'un défaut sur un produit, on codera 0 un produit conforme et par 1 un produit défectueux. Si X est la variable aléatoire représentant la présence de défaut, alors le domaine de variation R_X est égal à {0,1}.

DEFINITION :

On dira que X ~ Be(p) si et seulement si :

$$P(X = x) = \begin{cases} p & si\ x = 1 \\ 1 - p & si\ x = 0 \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

<u>Moments :</u>

E(X) = p

et

Var(X) = p * (1 − p)

Exemple : *On dispose de N objets dont D sont conformes, il s'agit de la loi de la variable aléatoire X qui prend la valeur 1 si l'objet tiré est conforme et 0 sinon. Dans ce cas, p =D/N.*

Loi binomiale : tirages avec remise

Bon nombre d'expériences peuvent être vues comme étant la répétition d'une même expérience élémentaire plus simple. Un cas important est celui pour lequel une expérience de Bernoulli est répétée, ces répétitions étant indépendantes les unes des autres et la probabilité de réussite restant identique d'une expérience à l'autre.

Exemple : *En reprenant l'exemple précédent, on dispose de N objets dont D sont défectueux. On tire un échantillon de n objets avec remise. On définit la variable aléatoire X comme étant le nombre d'objets défectueux présents dans l'échantillon.*

DEFINITION :

On dira que X ~ Bi(n,p) si et seulement si :

$$P(X=k)=\begin{cases}\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k} & \text{si } k \in \{0,1,\cdots,n\}\\ 0 & \text{sinon}\end{cases}$$

Moments :

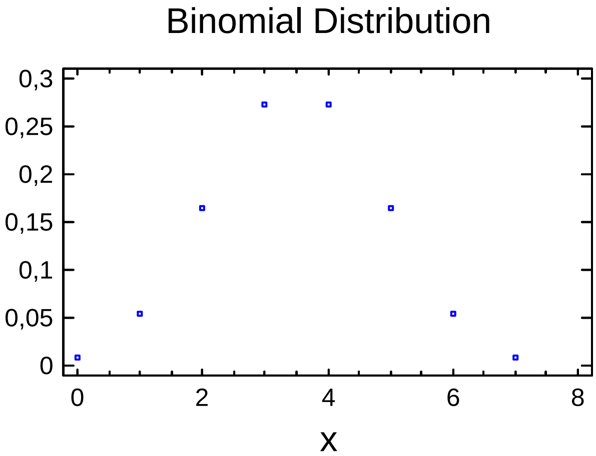
$$E(X)=np$$

et

$$Var(X)=npq$$

avec q=1-p.

Exemple : *Dans une famille de n enfants, quelle est la probabilité d'avoir x garçons ? On note X la variable aléatoire égale au nombre de filles dans une famille de 7 enfants. X suit une loi binomiale de paramètres (7,0.5) dont les graphes associés figurent ci-dessous.*



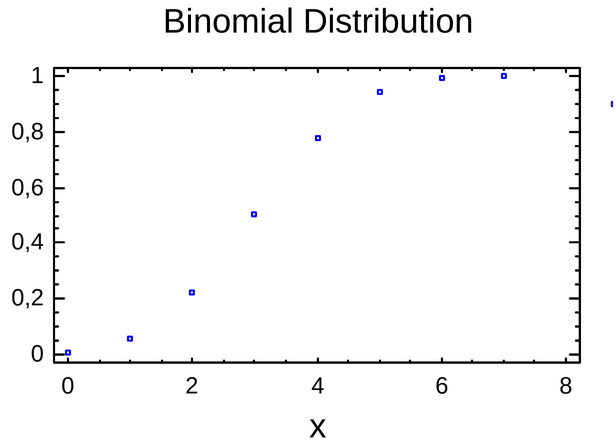


Figure : graphes de la fonction de masse et de répartition de la loi Binomiale Bi(7,0.5)