

Sujet No3 : Allocation de registres

M1 Informatique - 2023-2024

Projet à rendre

October 8, 2023

Vous allez travailler en deux temps: la 1ere partie de ce projet noté, se fait “ à la main ” c’est-à-dire que vous allez rendre un fichier .doc ou .odt sur lequel vous allez répondre aux questions sans vous servir d’un programme codé par vos soins en c, c++, java ou autre. La 2ème partie correspond à la résolution du problème cette fois ci, à l’aide de votre programme en langage c, c++, java ou python, que vous avez codé lors des deux dernières séances de TP ou pas encore codés.

PARTIE 1

Un programme informatique stocke ses variables dans des mémoires appelées registres. Un des objectifs d’un compilateur est de minimiser le nombre de registres utilisés lors de l’exécution d’un programme. Ainsi, si deux variables ne sont pas utilisées en même temps, il est possible de les allouer à un même registre. Pour chacune des variables du programme, on calcule la première et la dernière date où la variable est utilisée. On dit que la variable est active pendant l’intervalle de temps défini par ces deux dates. La figure 1 (en dernière page de ce sujet), illustre les intervalles d’activité d’un programme comprenant 7 variables a, b, c, d, e, f, g .

Un graphe d’intervalles $G = (S, A)$ est défini à partir d’une famille d’intervalles de la façon suivante: les sommets de S sont des intervalles d’activité associés à chaque variable, il existe une arête $[a, b]$ de A si les intervalles correspondant a et b s’intersectent. Dans le graphe correspondant à l’exemple de la Figure 1, il existe une arête $[a, b]$ car les intervalles associés aux tâches a et b s’intersectent, mais l’arête $[a, e]$ n’existe pas.

Modélisation, pseudo code et résolution “à la main ”

1. Tracez le graphe d'intervalles correspondant à l'exemple de la Figure 1.

2. Une k -coloration des sommets d'un graphe $G = (S, A)$ est une fonction C de S dans $\{1, \dots, k\}$ telle que pour toute arête $[a, b] \in A$ on a $C(a) \neq C(b)$ (chque sommet x reçoit un numéro $C(x)$, $1 \leq C(x) \leq k$ et les deux extrémités d'une même arête ont des numéros différents). La plus petite valeur k telle qu'il existe une k -coloration de G est appelée nombre chromatique de G et est notée $\chi(G)$.

Montrez que minimiser le nombre de registres utilisés correspond à calculer $\chi(G)$ pour le graphe d'intervalles correspondant aux intervalles d'activité des variables du programme.

3. Une clique est un sous ensemble de sommet $S' \subset S$ d'un graphe $G = (S, A)$ tel que pour toute paire de sommets a et b de la clique S' l'arête $[a, b]$ appartient à A (le sommets de la clique sont reliés deux à deux). Pour un graphe G , la taille d'une plus grande clique est notée $\omega(G)$.

Montrez que pour tout graphe G on a $\chi(G) \geq \omega(G)$.

4. Soit l'algorithme glouton que vous connaissez pour le problème de coloration de sommets mais adapter ici aux intervalles:

(a) Triez les sommets de G suivant les dates de début des intervalles croissantes : soit x_1, x_2, \dots, x_n le résultat obtenu.

(b) Pour $i = 1$ à n affecter le plus petit numéro possible au sommet x_i (les sommets x_j , $j < i$, voisins de x_i ont des couleurs différentes de celle de x_i .)

Appliquez l'algorithme au graphe obtenu à la question 1.

5. Soit k le plus grand numéro de couleur obtenu après l'application de l'algorithme précédent à un graphe d'intervalles G et soit x un sommet de couleur k .

Montrez que x a au moins $k - 1$ sommets voisins..

6. Soit t la date de début de l'intervalle correspondant au sommet x .

Montrez que t appartient à k intervalles..

7. *Déduire de la question précédente que $\omega(G) \geq k$*
8. *Déduire des questions précédentes que pour les graphes d'intervalles l'algorithme glouton proposé fournit une coloration utilisant un nombre minimum de couleur.*
9. *Déduire des questions précédentes une affectation optimale des registres aux variables a, b, \dots, g pour l'exemple fourni par la Figure 1.*

Programmation

Vous allez maintenant mettre en oeuvre votre algorithme en le codant et le commentant, il doit être possible de l'utiliser pour une autre instance que celle donnée dans la partie 1.

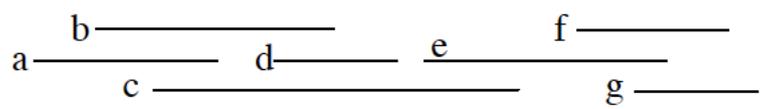


Figure 1 : Intervalles d'activité des variables