

TD/TP : coloration d'un graphe

I. Problème de coloration (algorithme de Welsh & Powell)

Pour chacun des exercices suivants, il est tout d'abord demandé de proposer une modélisation du problème énoncé sous forme d'un graphe et plus précisément en un problème de coloration. Le problème sera ensuite résolu de façon approchée en utilisant l'heuristique (l'algorithme) de Welsh et Powell que vous aurez vu en cours juste avant.

EXERCICE 1

7 élèves, désignés par A, B, C, D, E, F et G se sont rendus à la bibliothèque aujourd'hui. Le tableau ci-dessous précise « qui a rencontré qui » (la bibliothèque étant petite, 2 élèves présents au même moment se rencontrent nécessairement).

L'élève	A	B	C	D	E	F	G
a rencontré	D,E	D,E,F,G	E,G	A,B,E	A,B,C,D,F,G	B,E,G	B,C,E,F

De combien de places assises doit disposer la bibliothèque (ce n'est pas la solution optimale (meilleure des solutions) qui est attendue) pour que chacun ait pu travailler correctement au cours de la journée ?

EXERCICE 2

A, B, C, D, E, F, G et H désignent huit poissons. Dans le tableau ci-dessous, une croix signifie que les poissons ne peuvent pas cohabiter dans un même aquarium :

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		x	x	x			x	x
B	x				x	x	x	
C	x			x		x	x	x
D	x		x		x			x
E		x		x		x	x	
F		x	x		x			
G	x	x	x		x			
H	x		x	x				

Quel nombre minimum d'aquariums faut-il ?

EXERCICE 3

Un lycée doit organiser les horaires des examens. On suppose qu'il y a 7 épreuves à planifier, correspondant aux cours numérotés de 1 à 7 et que les paires de cours suivantes ont des étudiants communs : 1 et 2, 1 et 3, 1 et 4, 1 et 7, 2 et 3, 2 et 4, 2 et 5, 2 et 7, 3 et 4, 3 et 6, 3 et 7, 4 et 5, 4 et 6, 5 et 6, 5 et 7 et enfin 6 et 7.

Comment organiser ces épreuves de façon qu'aucun étudiant n'ait à passer deux épreuves en même temps et cela sur une durée minimale ?

EXERCICE 4

Sept agences de voyage romaines proposent des visites de monuments et lieux touristiques : le Colisée, le Forum romain, le musée du Vatican et les thermes de Caracalas. Un même lieu ne peut être visité par plusieurs groupes de compagnies différentes le même jour.

La première Compagnie fait visiter uniquement le Colisée; la seconde le Colisée et le musée du Vatican; la troisième les thermes de Caracalas; la quatrième le musée du Vatican et les thermes de Caracalas; la cinquième le Colisée et le Forum romain; la sixième le Forum romain et les thermes de Caracalas; la septième le musée du Vatican et le forum romain.

Ces agences peuvent-elles organiser les visites sur les trois premiers jours de la semaine ?

RAPPEL

Algorithme de coloration de Welsh et Powell

Cet algorithme couramment utilisé permet d'obtenir une assez bonne coloration d'un graphe, c'est-à-dire une coloration n'utilisant pas un trop grand nombre de couleurs. Cependant il n'assure pas que le nombre de couleurs utilisé soit minimum (et donc égal au nombre chromatique du graphe).

Étape 1

Classer les sommets du graphe dans l'ordre décroissant de leur degré, et attribuer à chacun des sommets son numéro d'ordre dans la liste obtenue.

Étape 2

En parcourant la liste dans l'ordre, attribuer une couleur non encore utilisée au premier sommet non encore coloré, et attribuer cette même couleur à chaque sommet non encore coloré et non adjacent à un sommet de cette couleur.

Étape 3

S'il reste des sommets non colorés dans le graphe, revenir à l'étape 2. Sinon, la coloration est terminée.