

Liste des sujets traités en cours
Double Licence Mathématiques et Physique
Université Paris-Saclay, Orsay

LDD1 MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Université Paris-Saclay, Orsay

PHYSIQUE

- MECANIQUE 1 : 5 ECTS
 - Forces fondamentales, analyse dimensionnelle
 - Cinématique, vitesse moyenne et instantanée, accélération
 - Dynamique, lois de Newton, forces, force de rappel élastique, frottements visqueux et solides, équation différentielle, plan incliné, oscillateur harmonique
 - Energie, travail d'une force, théorème de l'énergie cinétique, forces conservatives et énergie potentielle, énergie mécanique, énergie potentielle gravitationnelle, équilibre et stabilité
- SYSTEMES OSCILLANTS : 2,5 ECTS
 - Oscillateur harmonique
 - Régimes transitoires
 - Oscillations libres, forcées et amorties, régime critique, étude énergétique et facteur de qualité
 - Oscillations entretenues, régime permanent, résonance d'amplitude et de vitesse, bande passante
 - Oscillateurs couplés
- THERMODYNAMIQUE : 3 ECTS
 - Variables d'état, état thermodynamique d'un système, types de variables, équation d'état
 - Théorie cinétique des gaz : pression dans un gaz, énergie interne, théorème d'équipartition
 - Transformations thermodynamiques : notion de chemin de transformation, transformations particulières (isochore, isobare, isotherme), travail des forces de pression
 - Premier principe : énoncé, capacités calorifiques, cas du gaz parfait (Relation de Robert-Mayer, capacité calorifique à volume constant)
- OPTIQUE GEOMETRIQUE : 3 ECTS
 - Nature de la lumière, principes de l'optique géométrique
 - Les lois de Snell-Descartes, réflexion, réfraction, réflexion totale
 - Mesure et incertitudes
 - Images optiques, miroir sphérique dans les conditions de Gauss, dioptré sphérique

- Lentilles
- Spectroscopie et couleurs, spectre d'absorption, synthèse additive et soustractive

- INTRODUCTION A L'ELECTRONIQUE : 5 ECTS
 - Régime permanent
 - Courant, potentiel, dipôle
 - Lois de la physique - conservation de la charge - lois de Kirchoff, loi des nœuds, lois des mailles
 - Dipôles élémentaires, dipôles passifs, résistance, loi d'Ohm, associations des résistances, dipôles actifs, générateur de tension, générateur de courant, générateur de Norton, générateur de Thévenin, pont diviseur de tension, pont diviseur de courant, association de générateurs
 - Régime transitoire et régime forcé, régime permanent périodique, phase, valeur moyenne, impédance complexe, bobine/inductance, condensateur/capacité, associations d'impédances complexes en série et en parallèle
 - Régime transitoire d'un système du premier ordre
 - Régime sinusoïdal permanent forcé, cas des systèmes filtrants, fonction de transfert et diagramme de Bode, gain et phase, filtre passe bas du premier ordre
 - Filtre RC du premier ordre
 - Circuit RLC série

- METHODES NUMERIQUES 1 : 5 ECTS
 - Python : Types et variables, chaînes de caractères, input, print, listes
 - Algorithmique, boucles et tests
 - Fonctions et graphique, discrétisation
 - Module Numpy, tableaux
 - Ajustement de données
 - Intégrales
 - Nombres aléatoires et méthode de Monte-Carlo
 - Statistiques et module Panda
 - Interpolation, polynômes de Lagrange

- ELECTROMAGNETISME I : 3,5 ECTS

MATHEMATIQUES

- ANALYSE : 6 ECTS
 - Les nombres réels : axiome d'Archimède, densité des rationnels dans \mathbb{R} , les nombres irrationnels
 - Fonctions réelles : graphes, fonctions injectives, surjectives, bijectives, fonction

réciroque, composition de fonctions

- Suites numériques, limite, théorème des gendarmes, opérations sur les limites, bornes supérieure, suite extraites et valeur d'adhérence, suites de Cauchy
- Limites d'une fonction réelle, voisinage, caractérisation séquentielle, propriétés des limites
- Continuité, prolongement par continuité, continuité à droite et à gauche
- Fonctions continues sur un intervalle, TVI
- Dérivabilité, dérivée en un point et interprétation géométrique, tangente verticale, dérivabilité à gauche et à droite, opérations et composition, dérivées d'ordre n , fonction de classe C^n , extrema et points critiques, lemme de Rolle et TAF, inégalité des accroissements finis, convexité
- Suites récurrentes (d'ordre 1), suites arithmético-géométriques

- **CALCUL INTEGRAL : 6 ECTS**

- Fonctions réciproques, bijection et composée de bijection, théorème de continuité et de dérivabilité, fonctions racines n -ièmes, fonction logarithme et exponentielle, croissance comparée, fonctions trigonométriques réciproques (arctan, arcsin, arccos)
- Primitives, intégrale de Riemann d'une fonction continue, propriétés, intégrale d'une fonction continue par morceaux, IPP, changement de variables
- Primitives, théorème fondamental de l'analyse, IPP, changement de variable
- Formules de Taylor, formule de Taylor-Lagrange avec reste intégral à l'ordre $n \approx 1$, inégalité de Taylor-Lagrange
- Formule de Taylor-Young, développements limités, opérations sur les développements limités, applications (calcul de limites, position d'une courbe/tangente, asymptotes)
- Equations différentielles linéaires (d'ordre 1 et 2, avec et sans second membre), problème de Cauchy, équation caractéristique, principe de superposition, méthode de la variation de la constante

- **ALGEBRE LINEAIRE : 6 ECTS**

- Systèmes linéaires, méthode du pivot de Gauss
- Espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels, familles génératrices, libres et liées, bases d'un espace vectoriel, dimension, théorème de la base incomplète, intersection, somme et somme directe de sous-espaces vectoriels, formule de la dimension
- Matrices, produit, inverse d'une matrice carrée, matrice identité
- Applications linéaires, somme et composition d'applications linéaires, injection, surjection, bijection, noyau et image d'une application linéaire, théorème du rang, lien entre une application linéaire et matrice, projections et symétries vectorielles, changement de base (matrice de passage), matrices semblables

- **ALGEBRE ET GEOMETRIE : 6 ECTS**

- Logique et raisonnements : énoncés, connecteurs logiques, tautologies, quelques types de raisonnement
- Ensembles et applications : propriétés, applications, cas des ensembles finis, relations sur un ensemble, relations d'équivalence, relations d'ordre
- Arithmétique : divisibilité, division euclidienne, algorithme d'Euclide, décomposition en

facteurs premiers, congruences

- Nombres complexes : définitions et premières propriétés, interprétation géométrique
- Polynômes : définitions, racines d'un polynôme, factorisation des polynômes

PHYSIQUE

- ELECTROMAGNETISME II : 4
 - Champs, potentiels et équations locales de l'électrostatique et de la magnétostatique
 - Théorème de Gauss et théorème d'Ampère
 - Dipôle électrique
 - Conducteurs et condensateurs
- ELECTROMAGNETISME III : 3,5 ECTS
 - Equations de Maxwell
 - Phénomène d'induction
 - Ondes électromagnétiques dans le vide, ondes stationnaires
 - Considérations énergétiques
 - Vecteur de Poynting
- PHYSIQUE EXPERIMENTALE - MECANIQUE : 2 ECTS
 - Mouvement rectiligne uniforme et mouvement accéléré d'un mobile sur un banc à coussin d'air
 - Etude d'un point de vue dynamique et énergétique de chocs et collisions (élastiques et inélastiques)
 - Pendule simple et pendule incliné
 - Référentiels en rotation et pseudo-forces : force centrifuge, pendule de Foucault
- MECANIQUE 2 : 3 ECTS
 - Cinématique et dynamique, coordonnées polaires, cylindriques, sphériques
 - Travail, énergie potentielle, gradient, forces conservatives, critère de Schwarz, équipotentielle et lignes de champ, théorème de l'énergie cinétique, théorème de l'énergie mécanique
 - Moment cinétique, moment d'une force, théorème du moment cinétique
 - Mouvements planétaires et forces centrales, conservation du moment cinétique, trajectoire plane, lois de Kepler, coniques et cas de l'ellipse, énergie et nature de la trajectoire, énergie potentielle effective
 - Changements de référentiel, vecteur rotation, lois de composition : position, vitesse (vitesse d'entraînement), accélération (d'entraînement et de Coriolis), forces d'inertie

- VIBRATIONS ET ONDES : 4 ECTS
 - Mécanique ondulatoire : généralités sur les ondes, ondes progressives, équation de d'Alembert, considérations énergétiques.
 - Ondes stationnaires, ondes sur une corde, ondes sonores

- TRAVAUX PRATIQUES - ONDES : 2.5 ECTS
 - Ondes progressives ultrasonores, réflexion, transmission
 - Corde vibrante, fondamental et harmoniques
 - Poutre, anharmonicité, module de Young
 - Ondes de surface, relation de dispersion
 - Physique du solide : ressort de torsion, moment d'inertie

- THERMODYNAMIQUE II : 2,5 ECTS
 - Premier principe, second principe
 - Gaz parfait, capacités calorifiques
 - Moteurs thermiques et rendement de Carnot
 - Fonctions thermodynamiques

- OPTIQUE ONDULATOIRE : 2.5 ECTS
 - Nature ondulatoire de la lumière
 - Interférences à deux ondes, interféromètre de Michelson, interféromètre de Fabry-Perot
 - Diffraction de la lumière, principe de Huyghens-Fresnel, diffraction de Fresnel et de Fraunhofer : par une ouverture et par fentes multiples

- INTRODUCTION A LA PHYSIQUE QUANTIQUE : 2 ECTS
 - Atome de Bohr, quantification du moment cinétique
 - Théorie de Bohr-Sommerfeld, dualité onde corpuscule, principe d'incertitude
 - Fonction d'onde, équation de Schrödinger stationnaire
 - Effet tunnel, puits de potentiel

- OPTION – RELATIVITE RESTREINTE : 2 ECTS
 - Situation physique à la veille de la relativité restreinte, incohérences entre relativité galiléenne et électromagnétisme, éther et expérience de Michelson
 - Postulats de la relativité restreinte, transformations de Lorentz, espace-temps et métrique de Minkowski, dilatation du temps, contraction des longueurs, quadrivecteur position
 - Quadrivecteur vitesse, composition relativiste des vitesses
 - Quadrivecteur d'onde, effet Doppler relativiste
 - Quadrivecteur accélération quadrivecteur force, quadrivecteur impulsion, dynamique

relativiste

- Energie, énergie de masse, collisions et loi de conservation
-

MATHEMATIQUES

- ANALYSE – ANALYSE ET CONVERGENCE : 5 ECTS

- Séries numériques : comportement du terme général, séries télescopiques, règle de Cauchy et d'Alembert, comparaison avec l'intégrale, équivalents, règle d'Abel
- Suites et séries de fonctions : convergence simple, convergence uniforme, critère de Cauchy uniforme, règle d'Abel uniforme, convergence normale
- Séries entières : rayon de convergence, règle de Cauchy, règle de d'Alembert, continuité et dérivabilité, application du DES à la résolution d'équations différentielles, produit de Cauchy
- Intégrales généralisées

- ALGEBRE LINEAIRE : 5 ECTS

- Espaces vectoriels : sous espaces vectoriels, familles génératrices, familles libres, bases, applications linéaires, noyau, image, rang, représentation matricielle d'une application linéaire, changements de base
- Déterminants : déterminants d'ordre 2 et supérieur, opérations sur les colonnes, déterminant d'une famille de vecteurs, indépendance linéaire et déterminant, opérations sur les lignes, développement d'un déterminant selon les lignes ou colonnes, formes multilinéaires alternées, formule de Cramer, déterminants classiques (triangulaire), mineurs
- Réduction des endomorphismes : sous espaces propres, valeurs propres, endomorphismes diagonalisables, sous espaces propres et critère de diagonalisabilité, polynome caractéristique, application aux systèmes d'équations différentielles linéaires,
- Polynômes et réduction des endomorphismes : rappels sur les polynômes, polynômes d'endomorphismes, multiplicité d'une valeur propre, trace et déterminant, théorème de Cayley-Hamilton
- Espaces euclidiens : orthogonalité, inégalité de Cauchy-Schwarz, projections orthogonales, isométries, adjoint,

- STRUCTURES ALGEBRIQUES : 5 ECTS

- Groupes abstraits : structure de groupe, morphismes et isomorphismes de groupes, relations d'équivalence, théorème de Lagrange, ordre d'un élément d'un groupe
- Arithmétique dans \mathbb{Z} : relations d'ordre, anneau \mathbb{Z} , divisibilité, congruences, algorithme d'Euclide, théorème de Bézout, théorème de Gauss, décomposition en facteurs premiers, théorème de Fermat, théorème de Wilson, intégrité, fonction indicatrice d'Euler, théorème des restes chinois
- Racines : dérivée d'un polynôme, formules de Taylor, polynômes de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$,

polynômes irréductibles dans $R[X]$, division euclidienne, algorithme d'Euclide

- Fractions

- TOPOLOGIES ET FONCTION DE PLUSIEURS VARIABLES : 5 ECTS

- Espaces euclidiens, espaces métriques, espaces normés
- Topologie de \mathbb{R}
- Fonctions vectorielles, fonctions de plusieurs variables, continuité
- Calcul différentiel, dérivées partielles et directionnelles, gradient et matrice Jacobienne, fonctions de classe C^1 , formule de Taylor à l'ordre 1
- Dérivées d'ordre supérieur, développement de Taylor à l'ordre 2, recherche d'extrema, matrice Hessienne

- PROBABILITES ET STATISTIQUES : 5 ECTS

- Dénombrement : fonction indicatrice, permutations, arrangements
- Espaces de probabilité : univers et événements, mesures de probabilité, événements indépendants, formule de Bayes, indépendance conditionnelle
- Variables aléatoires discrètes, lois de probabilité, quelques lois classiques
- Inégalité de Markov, loi (faible) des grands nombres, variance, inégalité de Bienaymé-Tchebychev

- METHODES NUMERIQUES 2 : 5 ECTS

- Python, module numpy, structuration du code
- Fonctions et représentations graphiques
- Calcul matriciel
- Résolution d'équations, résolution d'équations différentielles
- Statistiques
- Intégrales et convolution
- Traitement d'images

Signature du responsable de la formation :

