

## Programme du Partiel du 24/10/2023

Le programme se limite aux chapitres 1, 2 et 3 traités en cours, correspondant aux feuilles 1, 1bis, 2 et 3 de TD.

Il y aura

- deux questions de cours (on demandera de définir une notion, d'énoncer un résultat, et de restituer une démonstration) parmi les points ci-dessous. On peut reprendre la formulation du poly (les numéros sont une indication) ou celle du cours oral ou une autre. Ce qui compte est qu'il y ait tout, de façon juste et précis, et dans le bon ordre logique. Il faut aussi répondre à la question posée.
- des exercices.

La durée sera de 2h. Soigner la rédaction et la présentation de vos copies.  
*Les documents, y compris sous forme électronique, ne seront pas autorisés.*  
*Les calculatrices seront interdites, les téléphones portables éteints et rangés.*

## Chapitre 1 : Rappels

- La théorème d'existence de la borne supérieure (proposition 1.9).
- Les caractérisations de la proposition 1.11.
- Les définitions de convergence simple et uniforme (1.26 et 1.34).
- La définition de continuité 1.42 , le critère séquentiel de continuité 1.43 ; la proposition 1.44 (lorsque  $X$  est une partie de  $\mathbb{R}$ ) et sa démonstration.
- Les corollaires 1.48 et 1.49 , et leurs démonstrations.

## Chapitre 2 : Intégrale de Lebesgue : fonctions positives

- Propriétés de l'intégrale des fonctions mesurables positives : l'énoncé de 2.4 .  
En particulier, le théorème de convergence monotone 2.4.(4).
- Le corollaire 2.12, et sa démonstration.

### Chapitre 3 : Intégrale de Lebesgue sur $\mathbb{R}$ .

- La définition d'une fonction Lebesgue intégrable à valeurs dans  $[0, +\infty]$ , puis à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , puis dans  $\mathbb{C}$ , et la valeur de son intégrale (3.2 et 3.7)
- La proposition 3.11 et sa démonstration donnée en cours.
- Le lemme 3.13 (théorème fondamental de l'analyse) et sa démonstration (celle du poly ou celle du cours)
- L'énoncé du lien entre intégrales de Riemann et de Lebesgue (3.15)
- L'énoncé des méthodes de calcul (proposition 3.18)
- Intégrabilité au sens de Lebesgue (ou non) des fonctions de référence (propositions 3.29 et 3.33).