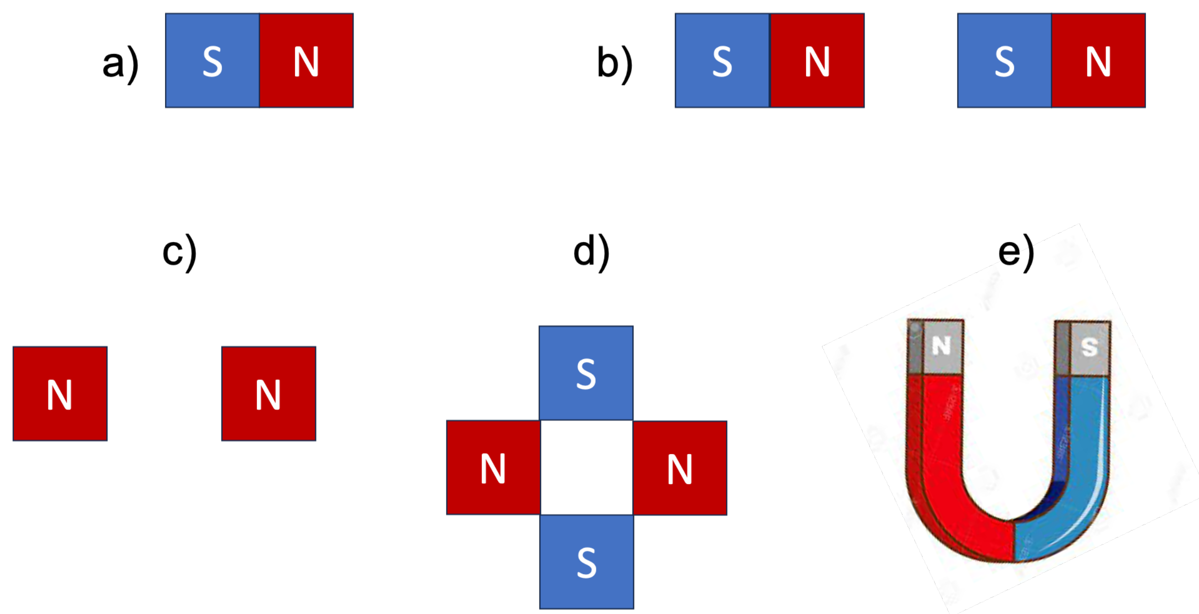
TDs PHYS137: Électromagnétisme

Barbara Perri

2023/2024

1 Champ magnétique d'un aimant

Dessiner les lignes de champ magnétique associées aux aimants suivants :



2 Applications numériques sur la loi de Coulomb

On rappelle la loi de Coulomb quantifiant la force d'interaction électrique :

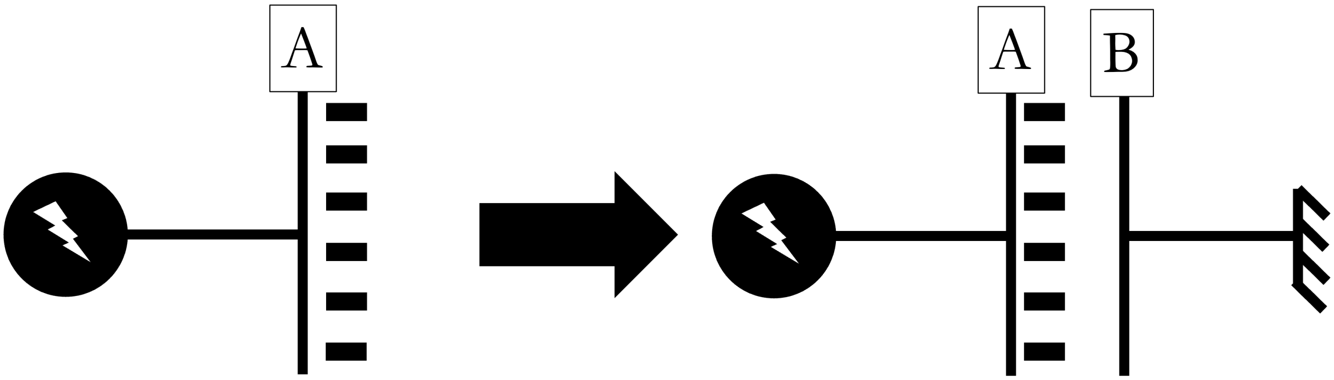
$$F_e = k_e \frac{q_1 \times q_2}{r^2}, \tag{1}$$

où k_e est la constante de Coulomb : $k_e = 8,988\ 10^9$ SI. On rappelle également la charge de plusieurs éléments : électron = -1e, proton = +1e, neutron = 0e, ion calcium = +2e ($e = 1,602\ 10^{-19}$ C).

1. Quels éléments peut attirer un électron ? Un proton ? Un neutron ?
2. Un électron rencontre un proton à une distance de 1 nm. Quelle est la force électrique exercée ? Dans quel sens ?
3. Un électron rencontre un autre électron à une distance de 5 10^{-5} nm. Quelle est la force électrique exercée ? Dans quel sens ?
4. Quelle est la distance nécessaire pour que la force entre un électron et un ion calcium dépasse le seuil de 10^{-5} N ?

3 La bouteille de Leyde et le principe de condensateur

A et B sont des disques métalliques. On relie d'abord A à la borne négative d'une machine électrostatique : le disque A se charge d'une certaine quantité d'électricité. On approche ensuite le disque B, relié à la terre (c'est-à-dire vers un réservoir capable d'accueillir une infinité de charges).



1. Quand le disque A est tout seul, est-ce que l'électricité peut s'accumuler indéfiniment ? Si non, quel phénomène intervient ?
2. Quand on approche le disque B du disque A, que se passe-t-il pour les charges négatives du disque B ?
3. Quelqu'un touche le disque B, qui est désormais relié à un conducteur. Que se passe-t-il ? Pourquoi ?
4. Au lieu de relier le disque B à la Terre, on le relie à un isolant avant de l'approcher du disque A. Que se passe-t-il alors ? La bouteille est-elle toujours un condensateur ?

4 L'origine du champ magnétique : l'effet dynamo

On rappelle les équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère en 1D en coordonnées cartésiennes pour un champ magnétique vertical B_z :

$$\frac{dE_z}{dx} = \frac{dB_z}{dt}, \tag{2}$$

$$\frac{dB_z}{dx} = -\mu_0 j_z - \frac{1}{c^2}\frac{dE_z}{dt}, \tag{3}$$

où E_z est la composante verticale du champ électrique, B_z la composante verticale du champ magnétique, j_z la composante verticale du courant électrique, μ_0 est la perméabilité du vide et c la vitesse de la lumière.

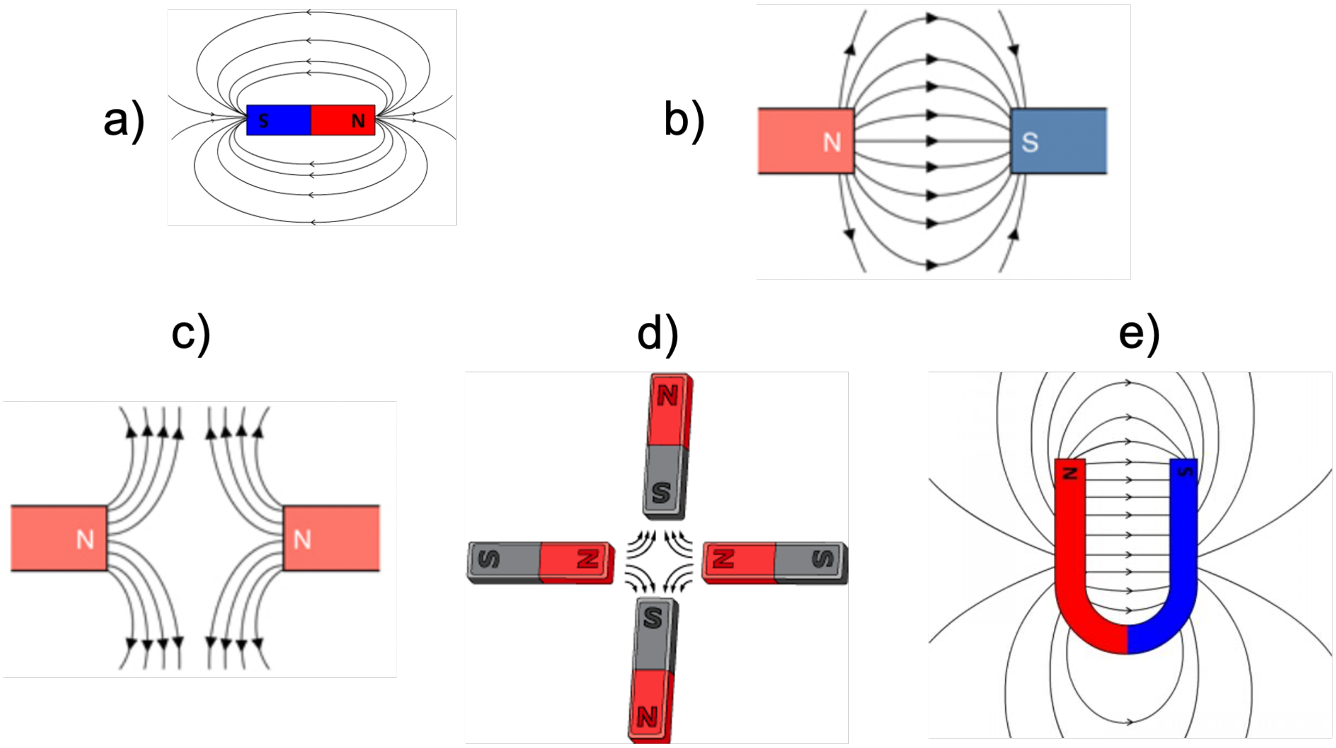
On ajoute également la loi d'Ohm locale pour le même système :

$$E_z = \frac{j_z}{\sigma} + V_x B_z, \tag{4}$$

où σ est la conductivité électrique du milieu et V_x est un champ de vitesse horizontal.

1. Si on suppose que $\frac{1}{c^2}\frac{dE_z}{dt} \ll \mu_0 j_z$, quelle forme prend l'équation 3 ?
2. Si on combine les équations 2 et 4, quelle expression obtient-on pour $\frac{dB_z}{dt}$?
3. Si on se sert maintenant de l'équation 3, montrer qu'on peut obtenir l'équation suivante :
   $\frac{dB_z}{dt} = \frac{d}{dx}\left(V_x B_z\right) - \eta \frac{d^2 B_z}{dx^2}$,
   avec $\eta = 1/(\sigma\mu_0)$ qui est la diffusivité magnétique.
4. On suppose maintenant que $V_x = 0$ (pas de champ de vitesse) :
   (a) Qu'arrive-t-il au champ magnétique B_z ?
   (b) Montrer que $B_z = \exp^{\mathrm{x}-\eta\mathrm{t}}$ est solution de cette équation.

1 Correction Exercice Champ Magnétique



2 Correction Exercice Coulomb

1. Un électron peut attirer tout élément de charge positive, donc ici un proton et ion calcium. Un proton peut attirer tout élément de charge négative, donc ici un proton. Un neutron ne peut attirer aucune particule ($F_e = 0$).
2. Attention aux unités ! Pour obtenir une force en Newton, il faut une charge en Coulomb et une distance en mètre :
   $F_e = -8,988\ 10^9 \times \frac{1 \times 1{,}602\ 10^{-19} \times 1 \times 1{,}602\ 10^{-19}}{(1\ 10^{-9})^2} = -2.307\ 10^{-10} N.$
   La force est vers l'électron (car le proton est attiré).
3. Attention aux unités ! Pour obtenir une force en Newton, il faut une charge en Coulomb et une distance en mètre :
   $F_e = 8,988\ 10^9 \times \frac{1 \times 1{,}602\ 10^{-19} \times 1 \times 1{,}602\ 10^{-19}}{(5\ 10^{-14})^2} = 9.227\ 10^{-2} N.$
   La force est contre l'électron (car ils se repoussent mutuellement).
4. On inverse la relation pour trouver le rayon :
   $F_e \times r^2 = k_e \times q_1 \times q_2 \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{k_e \times |q_1| \times |q_2|}{F_e}}.$
   On remplace ensuite avec les valeurs :
   $r = \sqrt{\frac{8{,}988\ 10^9 \times 1 \times 1{,}602\ 10^{-19} \times 2 \times 1{,}602\ 10^{-19}}{10^{-5}}} = 6.792\ 10^{-12}$ m.

3 Correction Exercice Condensateur

1. Non, les charges négatives ne peuvent pas s'accumuler indéfiniment car la surface n'est pas infinie. L'accumulation est limitée par la répulsion électrique entre charges négatives.
2. Les charges négatives du disque B sont repoussées par celles du disque A, et vont donc aller vers la terre. Le disque B va donc se retrouver chargé positivement. L'attraction électrique entre les deux disques va encourager l'accumulation des charges. On a créé un condensateur qui stocke l'électricité !

3. Les charges du disque B ne sont plus repoussées par la terre, elles vont donc se déplacer vers le nouveau matériau conducteur. On se fait électrocuter !
4. Les charges négatives du disque B ne peuvent plus se déplacer, car elles sont bloquées par l'isolant. Le disque B va donc rester neutre. Le disque A va alors accumuler moins de charges. Le dispositif n'est plus un condensateur !

4 Correction Exercice Dynamo

1. L'équation 3 prend alors la forme :
   $\frac{dB_z}{dx} = -\mu_0 j_z$.
2. On obtient alors :
   $\frac{dB_z}{dt} = \frac{dE_z}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{j_z}{\sigma} + V_x B_z\right)$.
3. Sachant que $j_z = -\frac{1}{\mu_0}\frac{dB_z}{dx}$, on obtient alors à partir de l'expression précédente :
   $\frac{dB_z}{dt} = \frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{\mu_0 \sigma}\frac{dB_z}{dx} + V_x B_z\right) = -\eta\frac{d^2 B_z}{dx^2} + \frac{d}{dx}\left(V_x B_z\right)$.
4. Si $V_x = 0$, on a alors :
   $\frac{dB_z}{dt} = -\eta\frac{d^2 B_z}{dx^2}$.
   Cela signifie que le champ magnétique ne peut que décroître au cours du temps. Il diminue à cause de la diffusion ohmique, sans processus pour le régénérer. Cela signifie que la dynamo a forcément besoin d'un champ de vitesse !
5. On a pour le terme de gauche :
   $\frac{d}{dt}\left(\exp^{\mathrm{x}-\eta \mathrm{t}}\right) = -\eta \exp^{\mathrm{x}-\eta \mathrm{t}}$.
   On a pour le terme de droite :
   $\frac{d^2}{dx^2}\left(\exp^{\mathrm{x}-\eta \mathrm{t}}\right) = \exp^{\mathrm{x}-\eta \mathrm{t}}$.