

Surfaces Optiques

Renaud Mercier Ythier (Safran Reosc)

Sébastien de Rossi

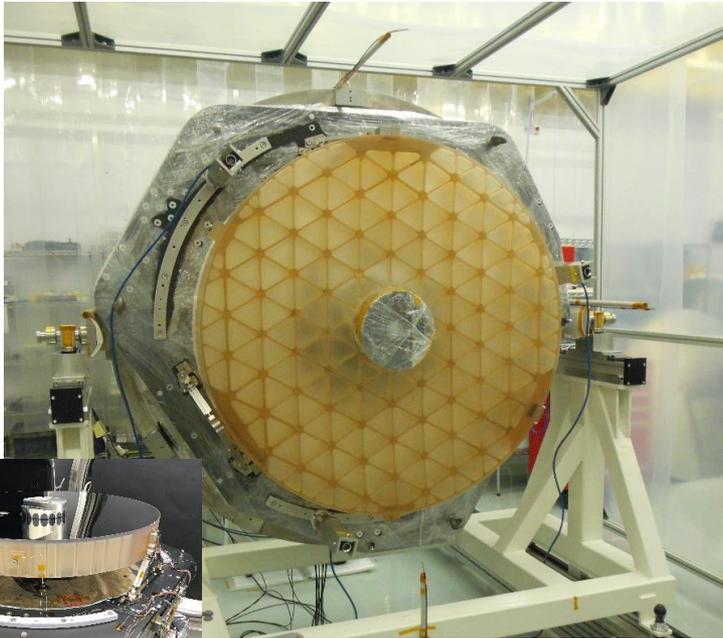
Sommaire

- Introduction : quelques exemples d'applications
- Spécifications des surfaces optiques / impact des défauts optiques
- Fabrication optique
- Montage et tenue des miroirs
- Contraintes d'environnement
- Métrologie /design d'un banc interférométrique



1 Contexte

Exemples d'optiques pour des applications spatiales ou terrestre



Kompsat M1



Segment ELT M1

Quelles différences / similitudes ?

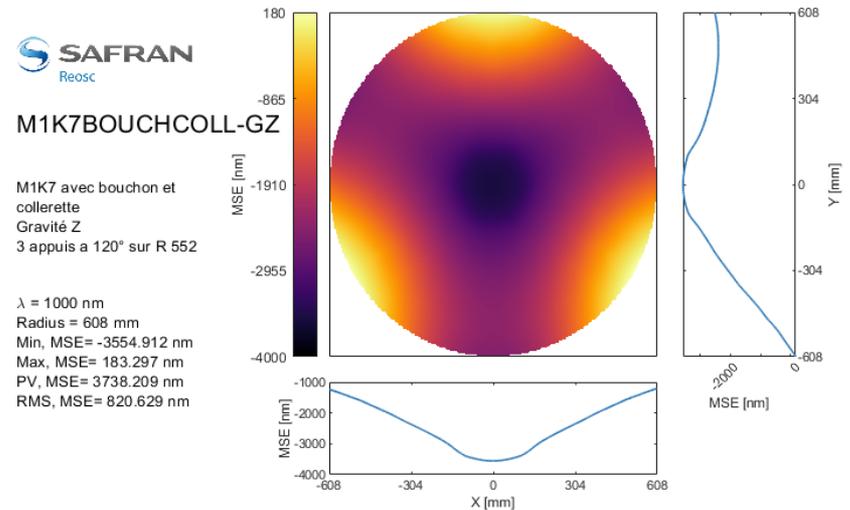
Problématiques à prendre en compte pour le design et la métrologie des optiques

- Sources de déformation

- Supportage
- gravité
- Variation de température
- Traitement

- Possibilités de correction

- Supportage actif
- Corrections au niveau instrument (refoc, miroir actif/adaptatif)

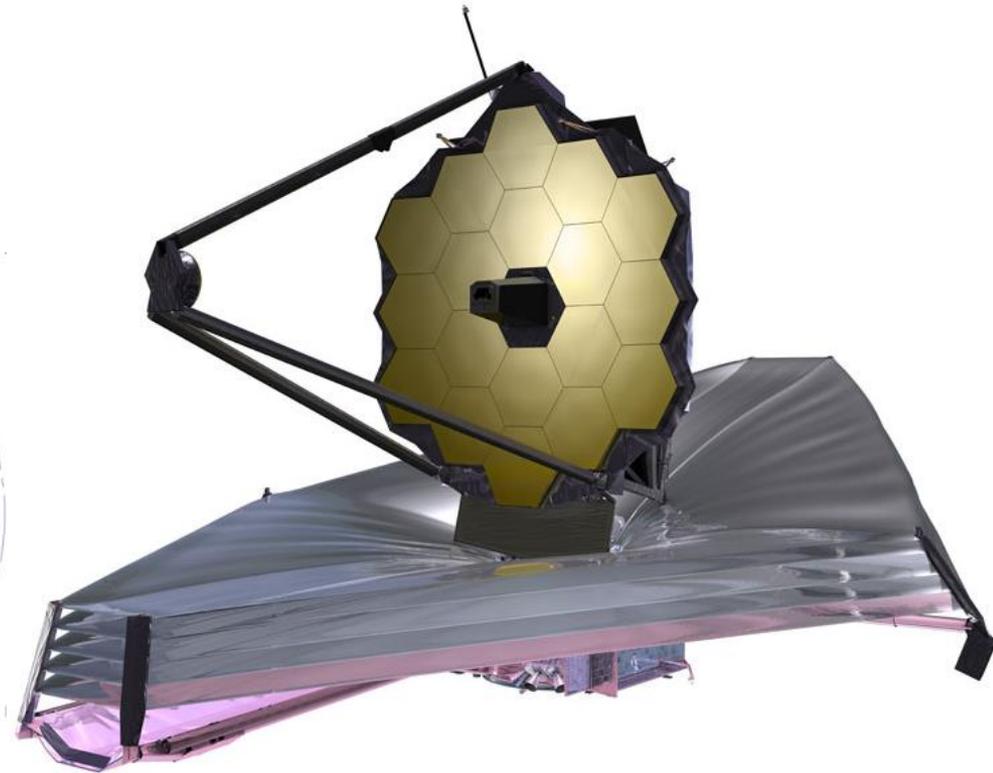
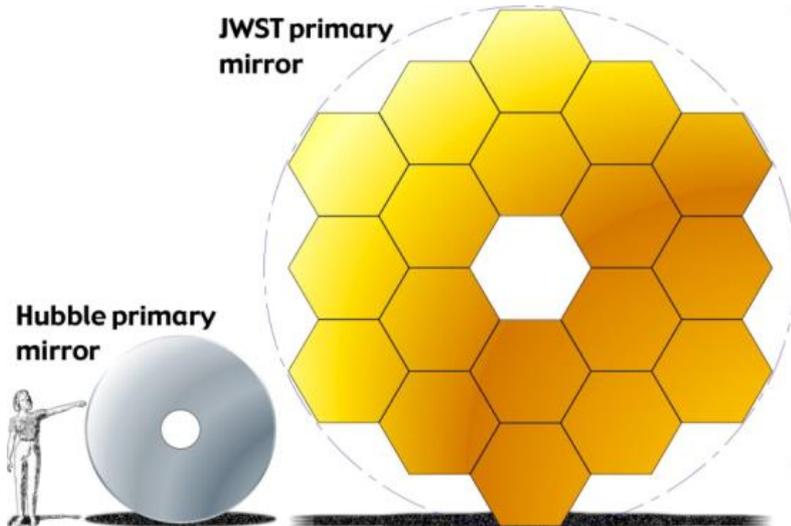


Déformation gravité M1 K 7 : 3.7 μm pv !

Exemple d'applications : le JWST

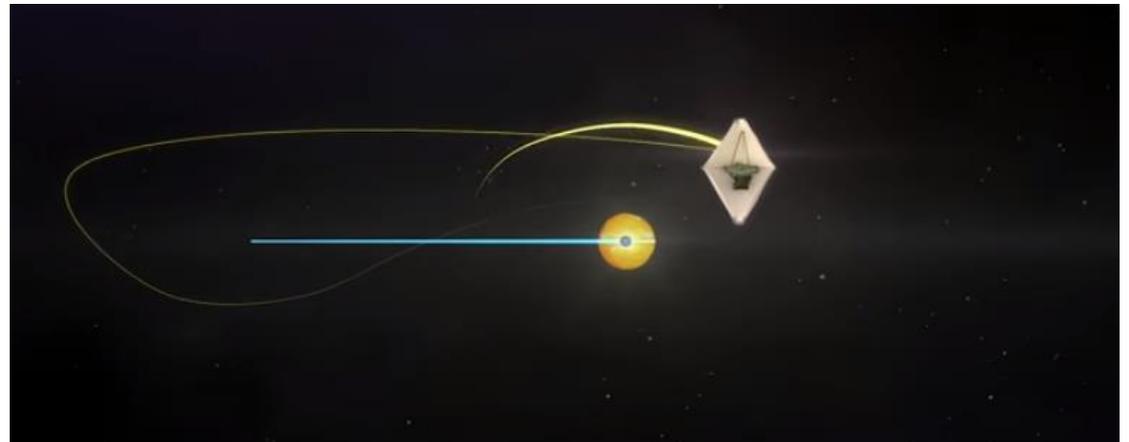
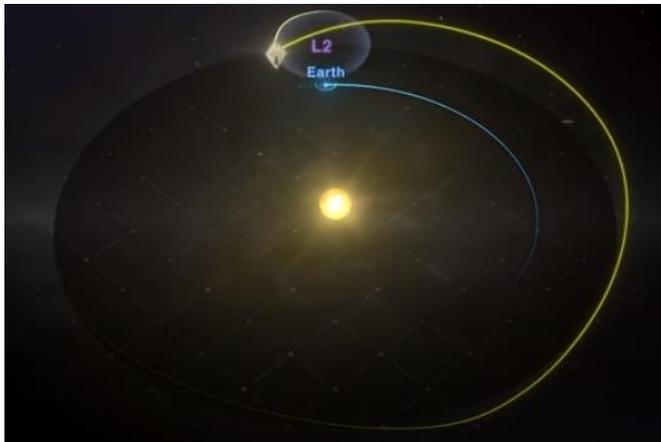
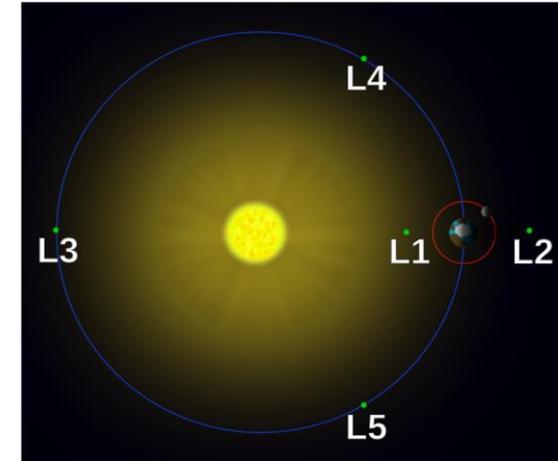


- Principalement dédié à l'observation infrarouge
- Diamètre du miroir primaire :
 - JWST : 6,5 m / Hubble : 2,4 m
- Participants : NASA, ESA, CSA



Présentation du JWST

- Le JWST est en orbite au point de Lagrange L2
 - Point d'équilibre gravitationnel
 - Situé à 1,5 millions de km de la Terre
- Pour des raisons de stabilité, le JWST tourne autour de L2
 - Orbite dite de halo, variante de l'orbite de Lissajous
 - Le JWST n'est *jamais* dans l'ombre de la Terre



Présentation du JWST

Quel gain par rapport à Hubble ?

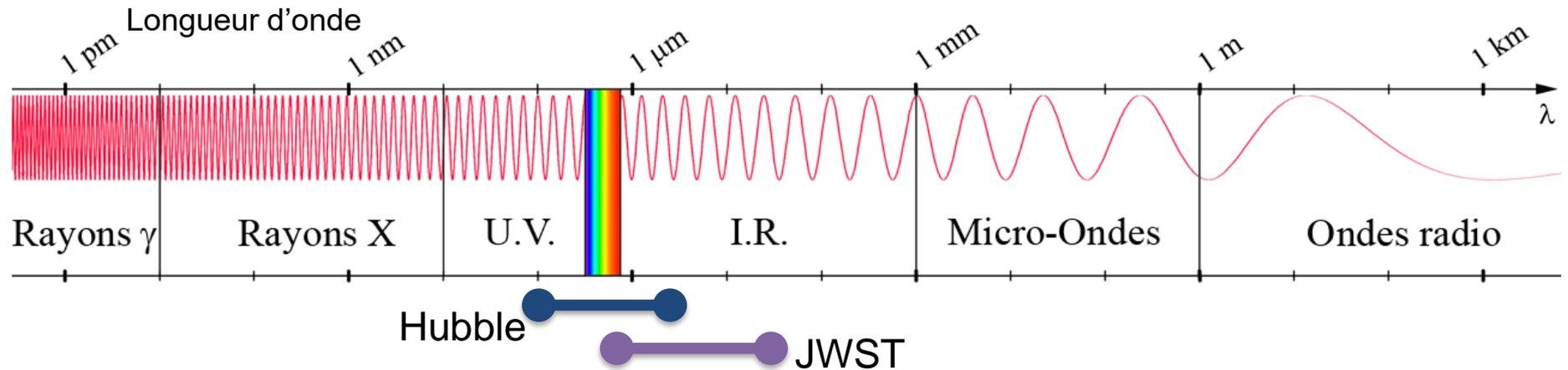
- L'observation dans l'infrarouge (IR) proche et moyen
- Gain en sensibilité : 7x plus de photons collectés
- Gain en résolution :
 - Grand miroir primaire = haute résolution
 - Le passage au domaine infrarouge limite ce gain

Simulation



Hubble

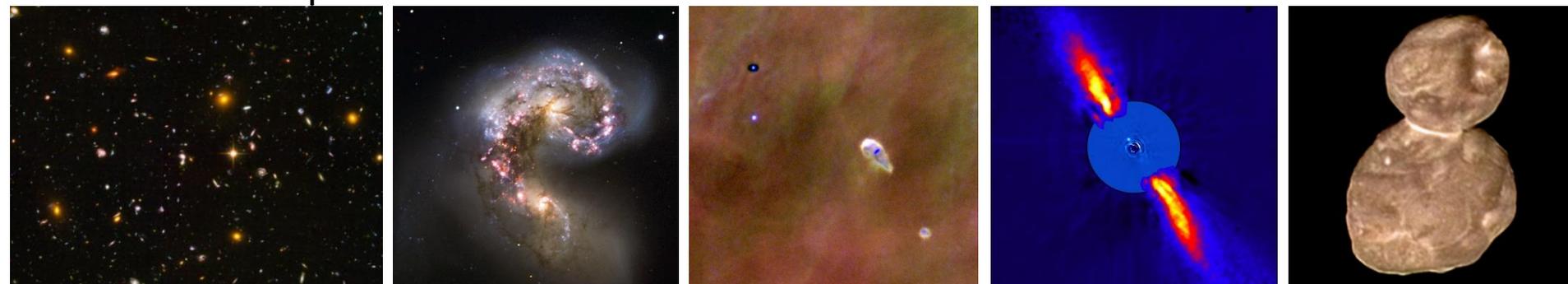
JWST



Présentation du JWST

- Objectifs scientifiques

- **Cosmologie** : observation des galaxies primordiales et étude de leur formation
- **Astrophysique** : évolution des galaxies au cours du temps
- **Physique stellaire** : naissance des étoiles et étude de systèmes protoplanétaires
- **Exoplanétologie** : études de systèmes exoplanétaires déjà identifiés
 - Pas de *recherche* d'exoplanètes, d'autres satellites font (TESS), feront (Plato, WFIRST) ou ont fait (Corot, Kepler)
- **Planétologie** : observation de planètes naines, d'objets de la ceinture de Kuiper et de comètes



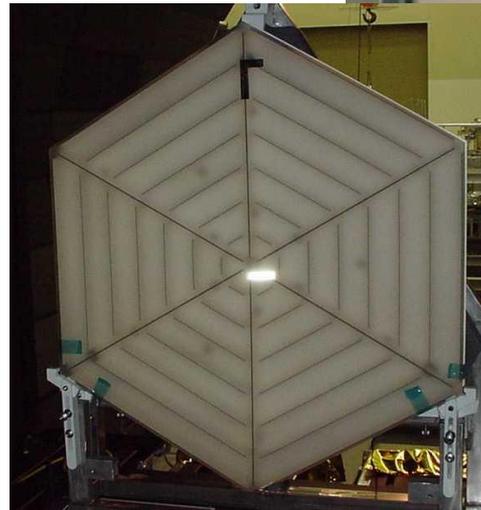
Présentation du JWST

- Adaptation du télescope à la coiffe d'Ariane 5
 - Obligation d'avoir un télescope pliable
 - Défi d'un mécanisme permettant de déployer les segments en vol à une précision sub- μ métrique
- Poids du miroir primaire
 - Poids visé : $15 \text{ kg/m}^2 \Rightarrow 23 \text{ kg}$ par segment
 - Poids typique d'un segment d'1.5 m en Zerodur non allégé : 670 kg !
 - Besoin d'un allègement $> 95\%$, hors des solutions classiques (SiC, Be, structure composite...)
- Température de travail à 50°K pour pouvoir détecter les premières galaxies



Démonstrateur réalisé par Safran Reosc entre 1999 et 2001

- NGST Mirror Systems Demonstrator (NMSD)
 - Plusieurs démonstrateurs technologiques pour les segments du miroir primaire, dont un attribué à REOSC
 - Feuille de Zerodur (vitro-céramique) de 3 mm d'épaisseur montée sur structure composite
 - 15 kg/m²
- Activités
 - Polissage
 - Test cryo à 80 K



Les contraintes des optiques spatiales

- Précision :
 - Erreur de forme typique : 5-10 nm rms
- Stabilité :
 - Doit résister aux vibrations du lancement : typ. 15 à 20 g
 - Aux variations de température : ΔT : qq °K à 220°K (JWST)
 - A l'environnement spatial (vide, radiations...)
 - A l'absence de gravité
- Poids :
 - Typiquement : 30 kg/m², voire moins pour les très grands télescopes
- Impact matériaux : compromis à trouver entre densité, raideur, conductibilité thermique, expansion thermique

Les contraintes des optiques spatiales

Matériaux classiques pour optiques spatiales

Table.1 Physical parameters of common optical material

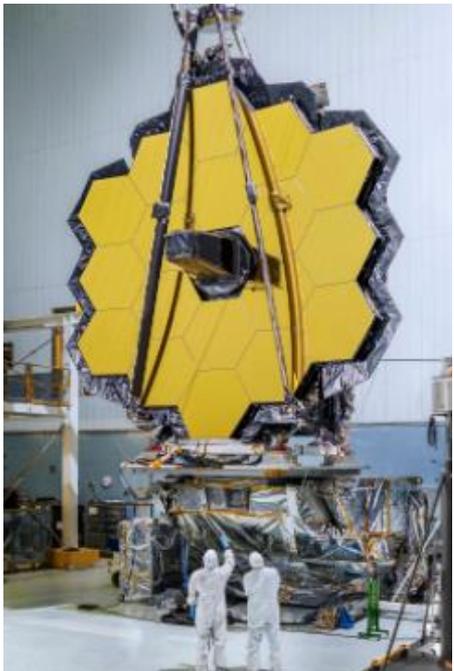
	Density ρ /(kg/m ³)	Modulus of elasticity E/GPa	E/ρ	Thermal conductivity λ /(W/mk)	Thermal expansion coefficient α /(10 ⁻⁶ /K)	α/λ	Poisson's ratio μ
Be	1850	287	0,15	216	11.4	0,05	0.043
ULE	2190	72	0,03	1.4	0.03	0,02	0.17
SiC (RB)	3050	370	0,12	155	2.5	0,016	0.18
Zerodur	2530	91	0,035	1.64	0.05	0,03	0.24
Al	2700	68	0,025	167	23.6	0,14	0.33

Quels sont les meilleurs matériaux ?

Différents designs d'optiques spatiales



Pléiades : Zerodur / CFRP
TAS



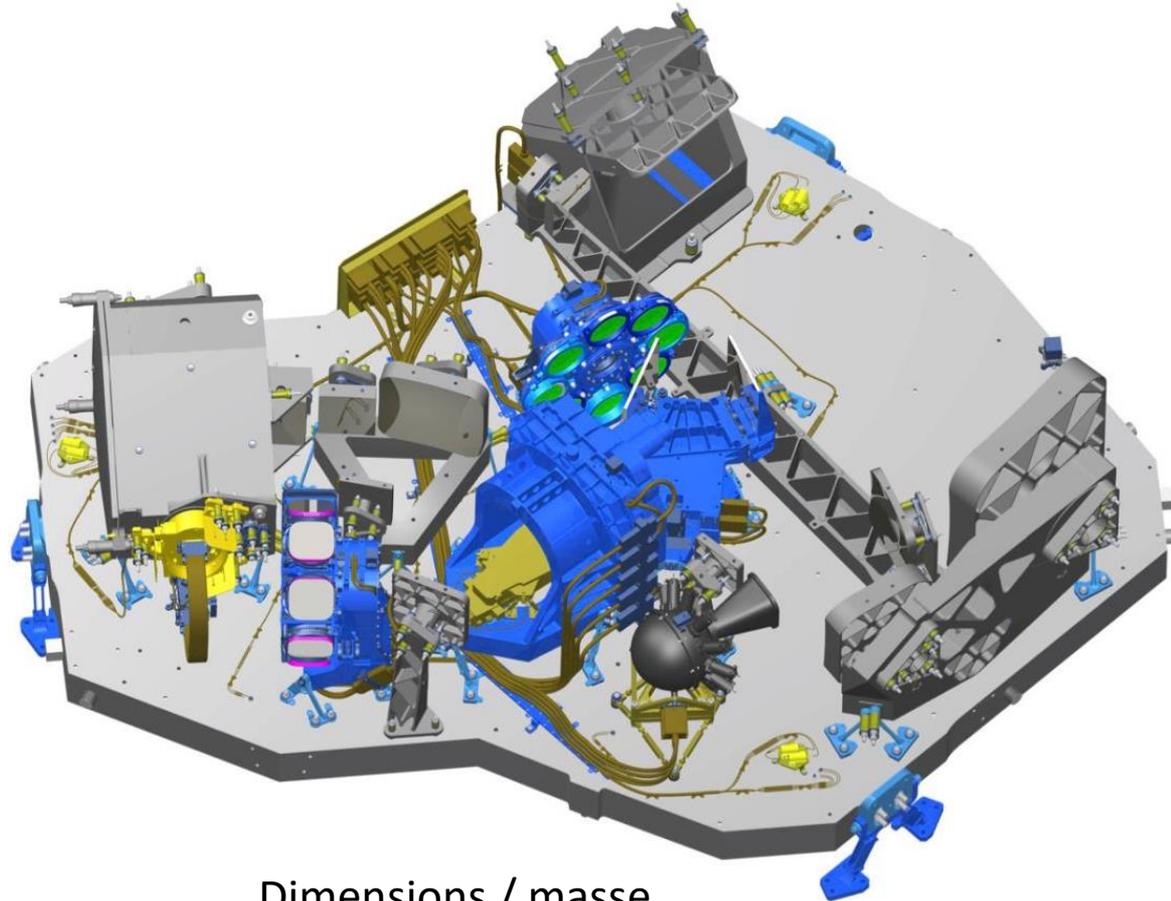
JWST : béryllium
Ball Aerospace



JWST NirSpec : SiC
Airbus

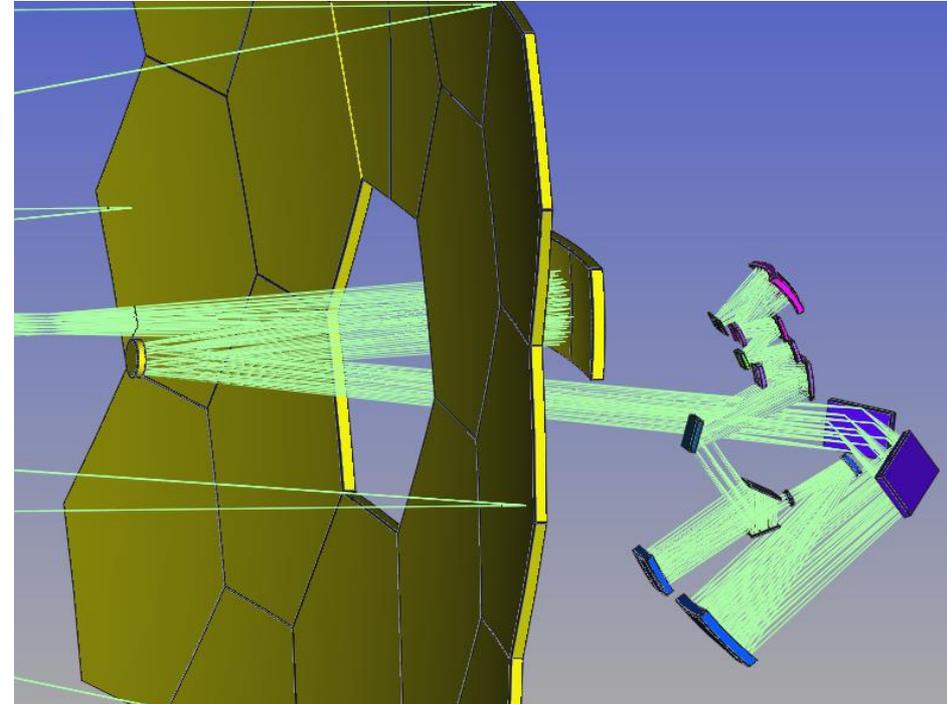
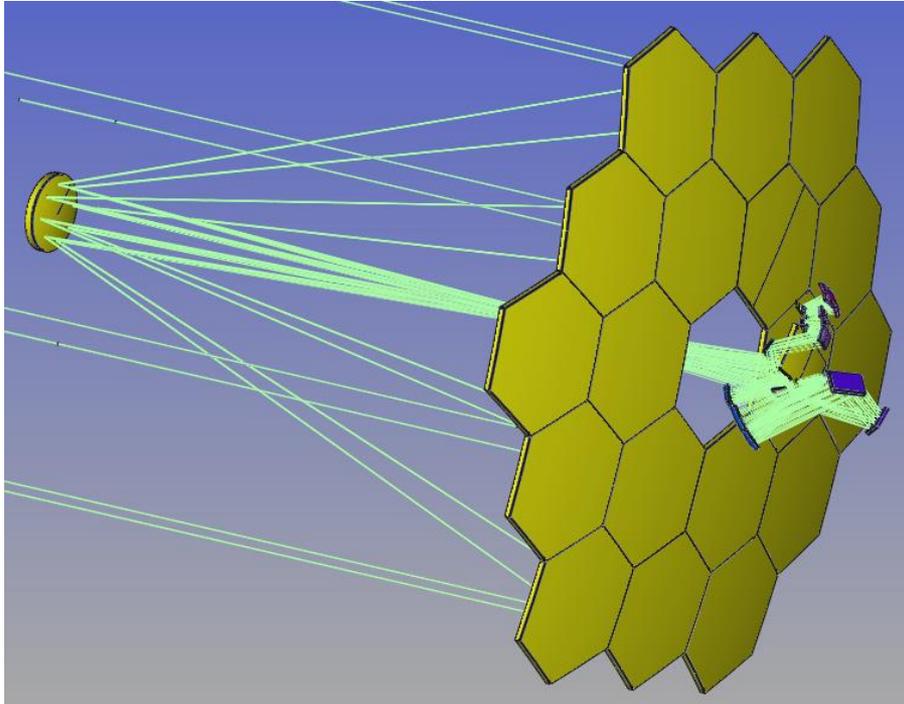
Contribution européenne: l'instrument NirSpec

- Conception tout SiC
 - SiC = carbure de silicium
 - Tout ce qui est en gris :
 - Plateforme
 - Miroirs
 - Structures porteuses des miroirs
 - Couvercle (non affiché)
- Pourquoi en SiC ?
 - $E/\rho \approx 4 \times$ Zerodur
 - $\alpha/\lambda \approx 1/2 \times$ Zerodur
 - Très rigide
 - Bonne conductivité thermique
 - Excellent pour faire des miroirs
 - Homothétie de l'instrument à froid



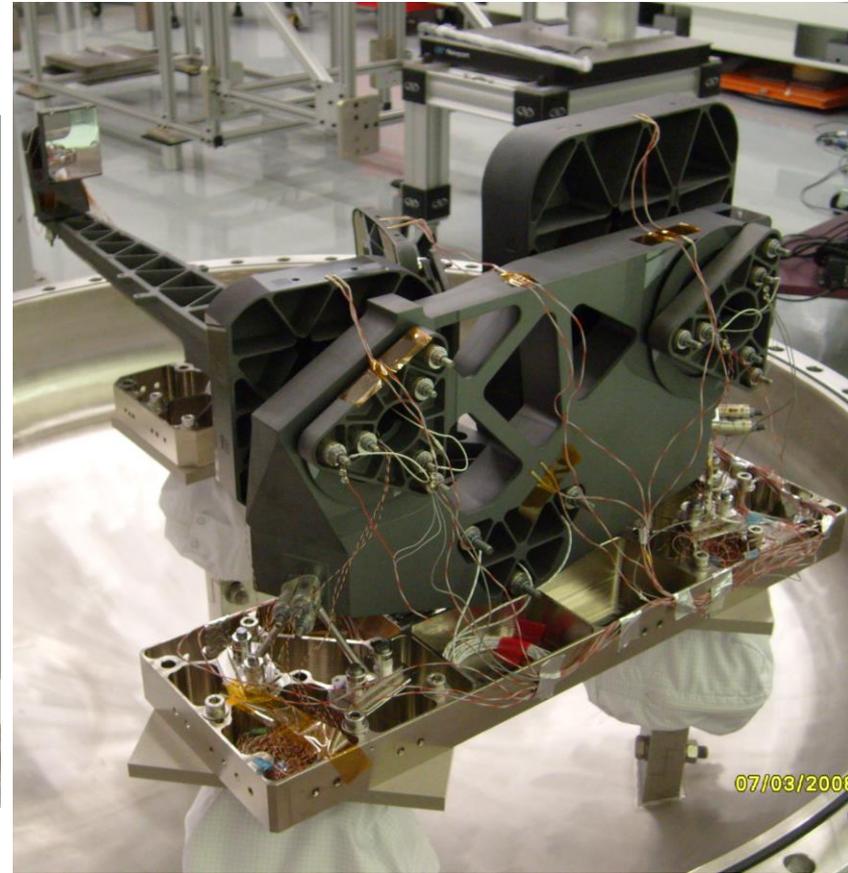
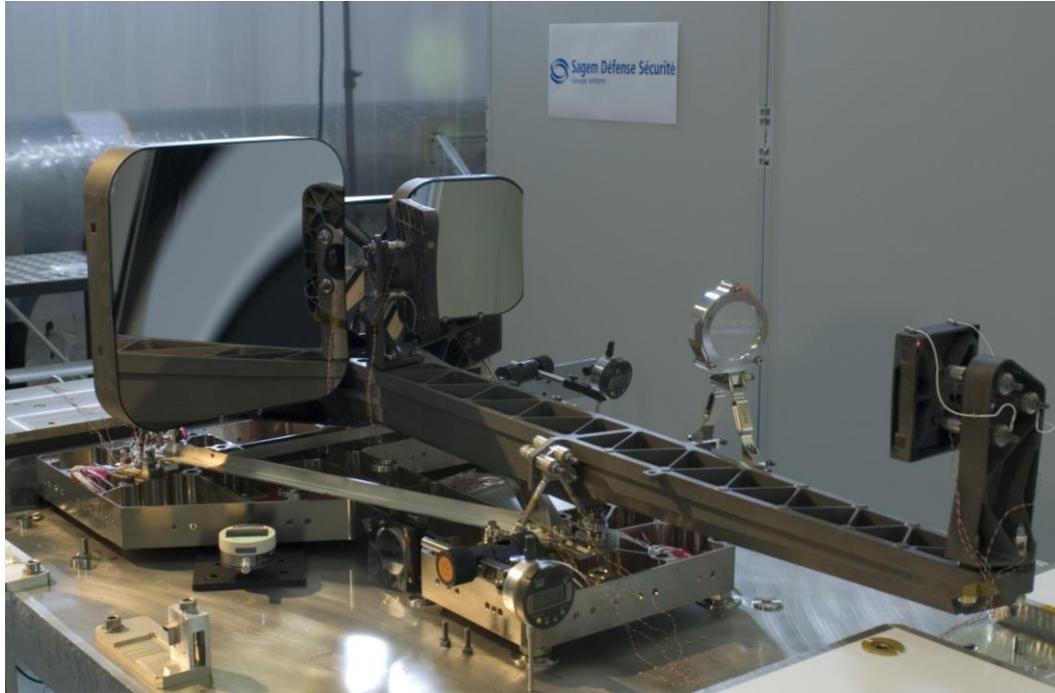
Dimensions / masse
1,9 x 1,3 x 0,7 m3
220 kg

L'instrument comparé au télescope



Activités réalisées chez Safran REOSC

Télescope FOR aligné

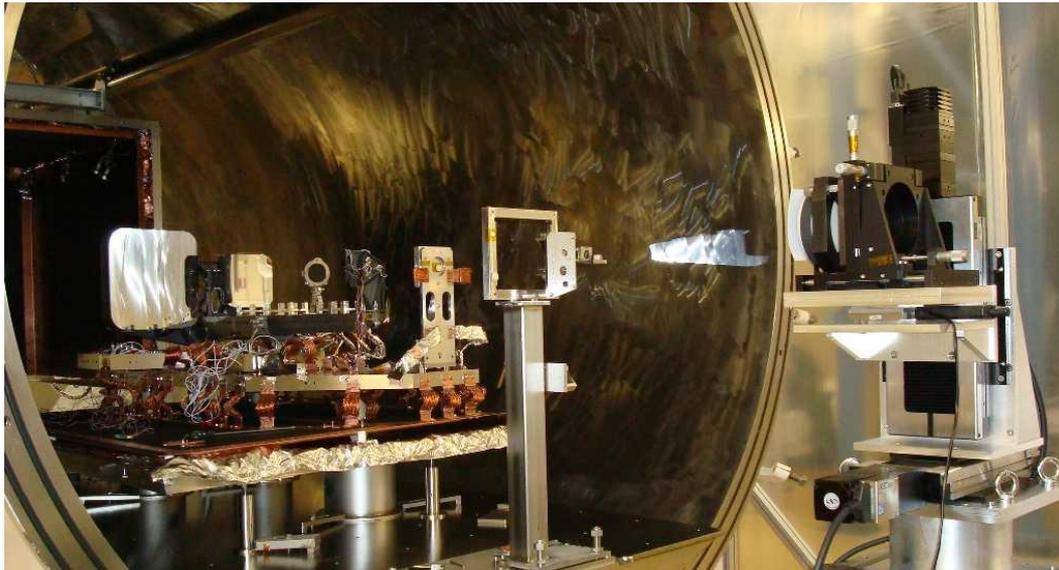


Formule TMA (3 Miroirs Anastigmat)
Design clampé (sans collage)

Activités réalisées chez Safran REOSC

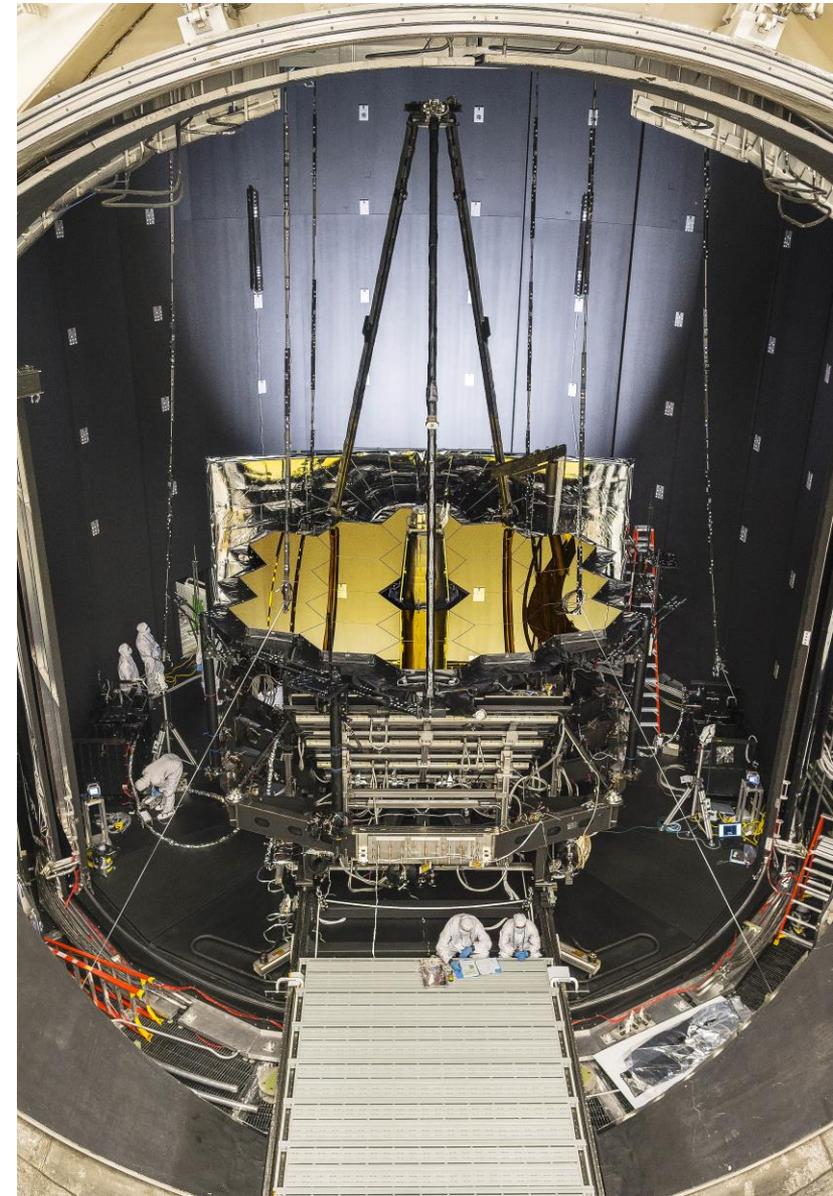
- Tests cryogéniques
 - Au Centre Spatial de Liège
 - Refroidissement à 20 K (-253 °C)
 - 4 cycles 20 K / température ambiante : $\approx 4 \times 65$ h de manip'
 - Contrôle de la performance optique par interférométrie à chaque cycle (au travers d'un hublot dans l'enceinte)

x 3+1 TMA !



Test cryogénique du James Webb

- Tests cryogéniques : Tests optiques à -253°C

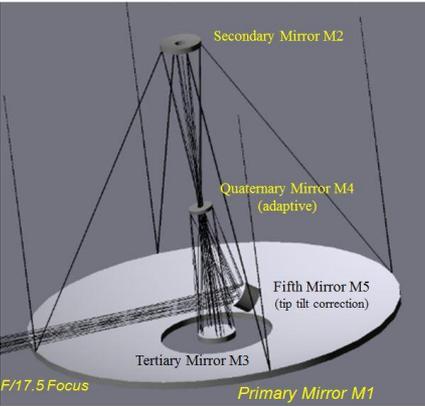


The Extremely Large Telescope

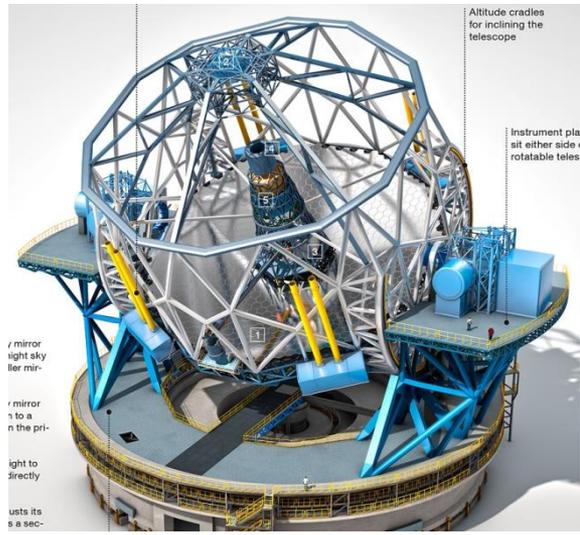
- The ELT will soon succeed to the VLT
 - Primary M1 \varnothing 39-m (798 segments of 1.45-m)
 - M2 and M3 \varnothing 4-m
 - Three Mirror Anastigmat design
 - Integrated Adaptive Optics
 - M4 correcting atmospheric turbulences
 - M5 doing image stabilization



- Mount : 2800 tons
- Foci : 2 Nasmyth & 1 Coudé
- Dome : \varnothing 90-m, 4800 tons
- Site : Chili – Cerro Armazones
- 1st light : 2024



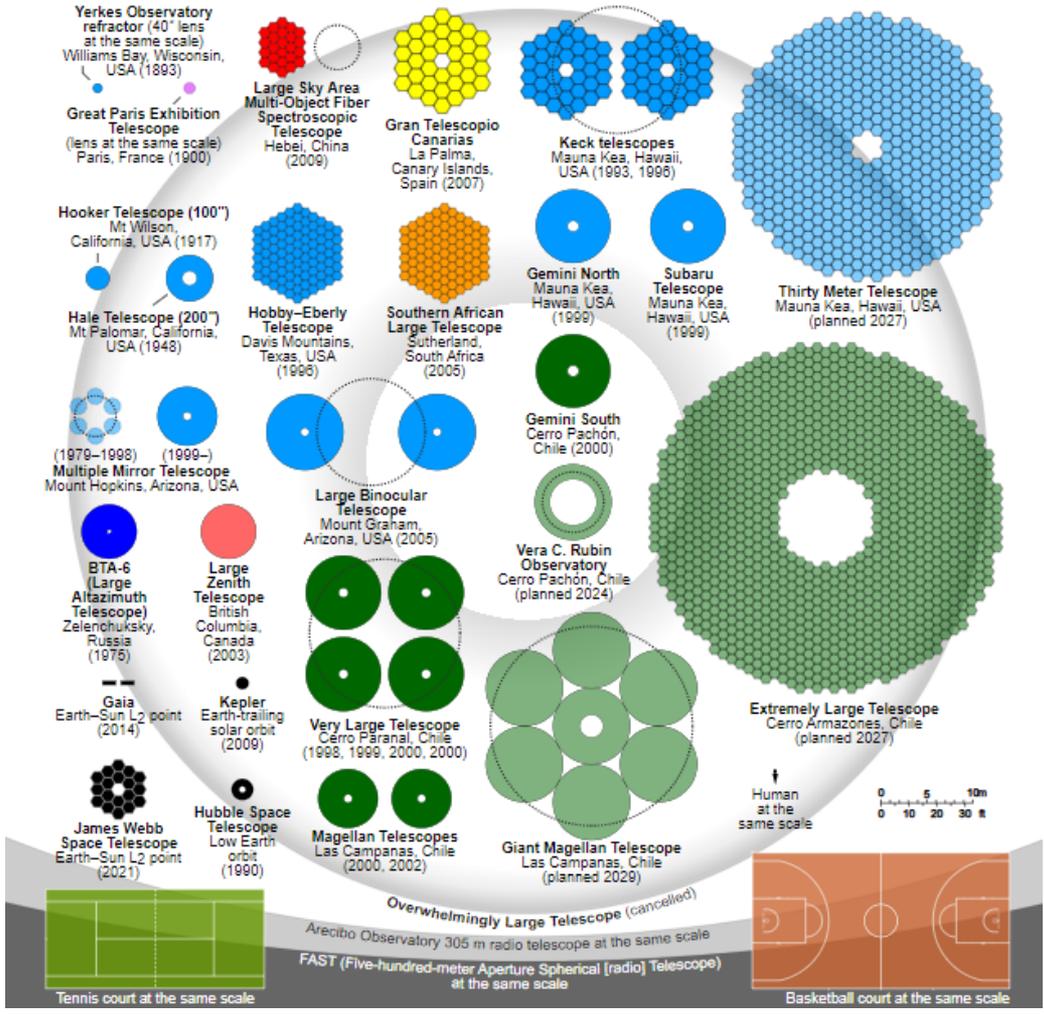
ELT construction decided in Dec 2014





<https://www.youtube.com/watch?v=-iJ8FoSk90E>

Les grands télescopes terrestres



ELT project : 931 segments to be made

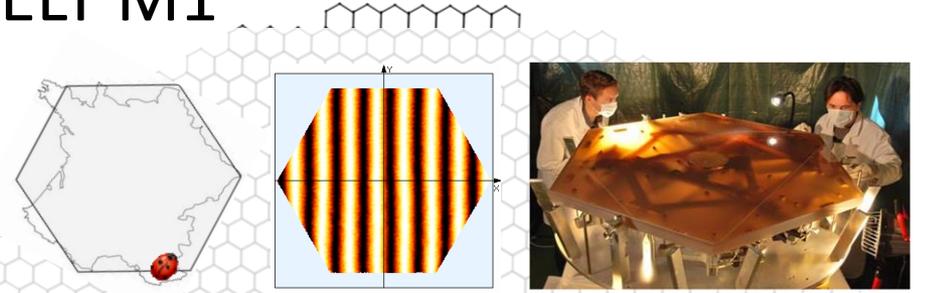
— Performance :

- 50 nm rms SFE / 15 nm rms residual
- Focus error < 200 nm pvt / segment
- Achieve full performance up to 1 mm to the edge

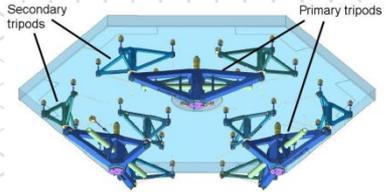
— Process industrialization :

- 931 segments in 7 years / 1 segment a day
- Bonding ~50 000 pads
- Fully automate more than 50 processes (polishing, cutting, bonding, metrology...) adapted to 131 different segments

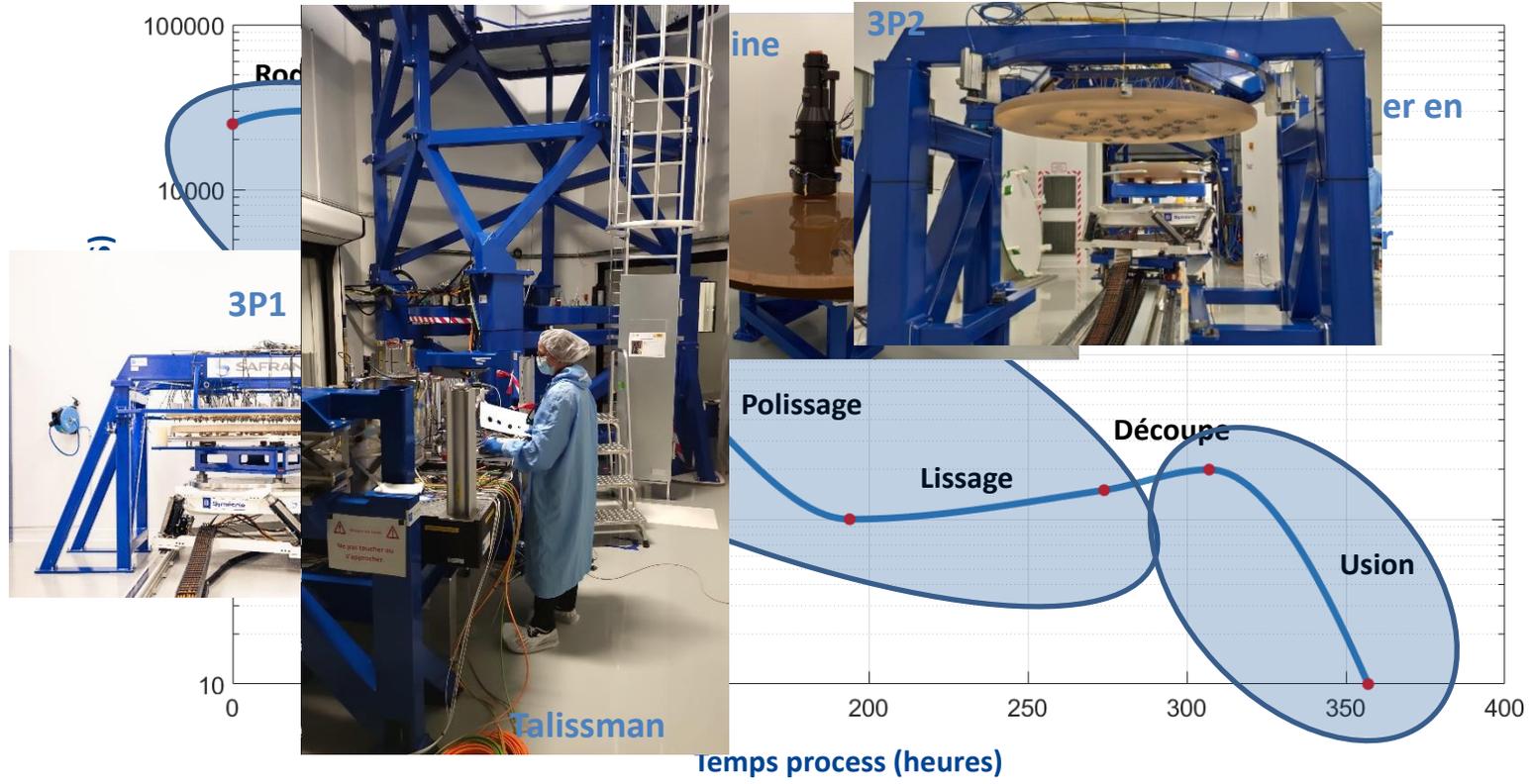
ELT M1



GTC heritage & 7 proto segments

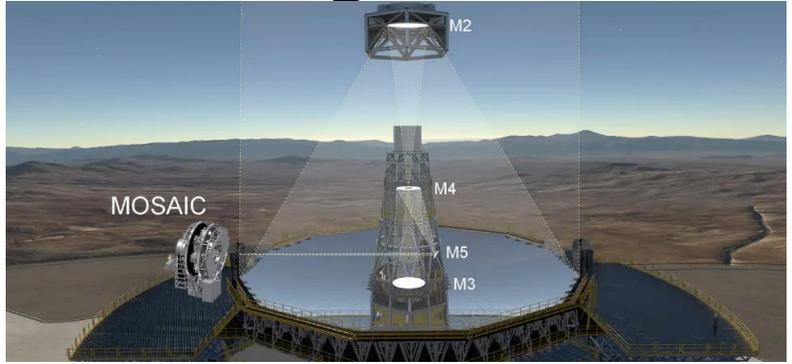


Evolution de l'erreur de forme en fabrication

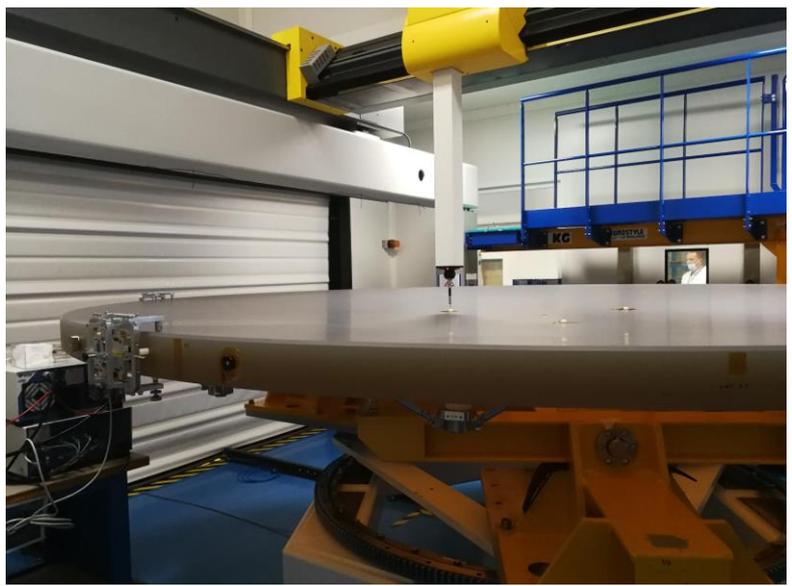


ELT M2 / M3 design

- M2 Mirror M3 Mirror
- Convex, \varnothing 4.25-m, F/1.1 Concave, \varnothing 4-m, F/2.8
- 2 mm dfbs * 33 μ m dfbs *
- 100 mm thin meniscus in Zerodur
- * departure from best sphere



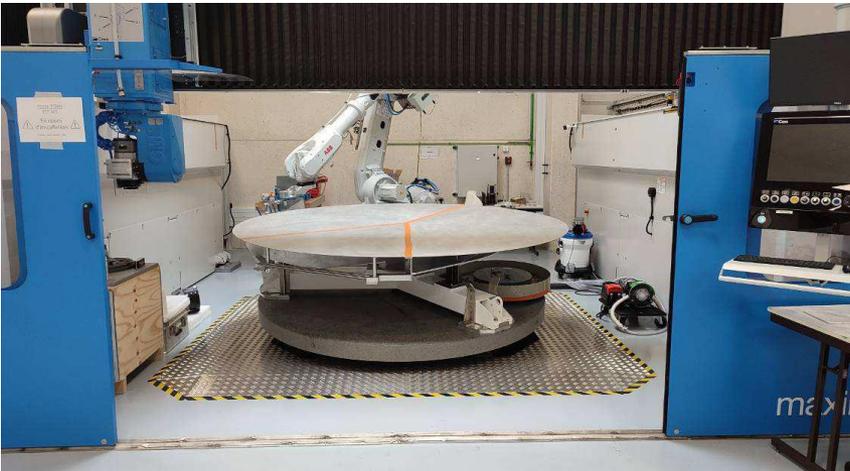
ELT M2 after pre-polishing



ELT M3 pads bonding

ELT M5 : polishing and control

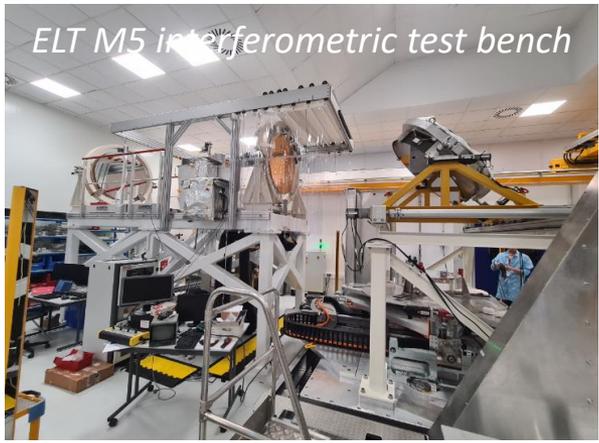
ELT M5 polishing station



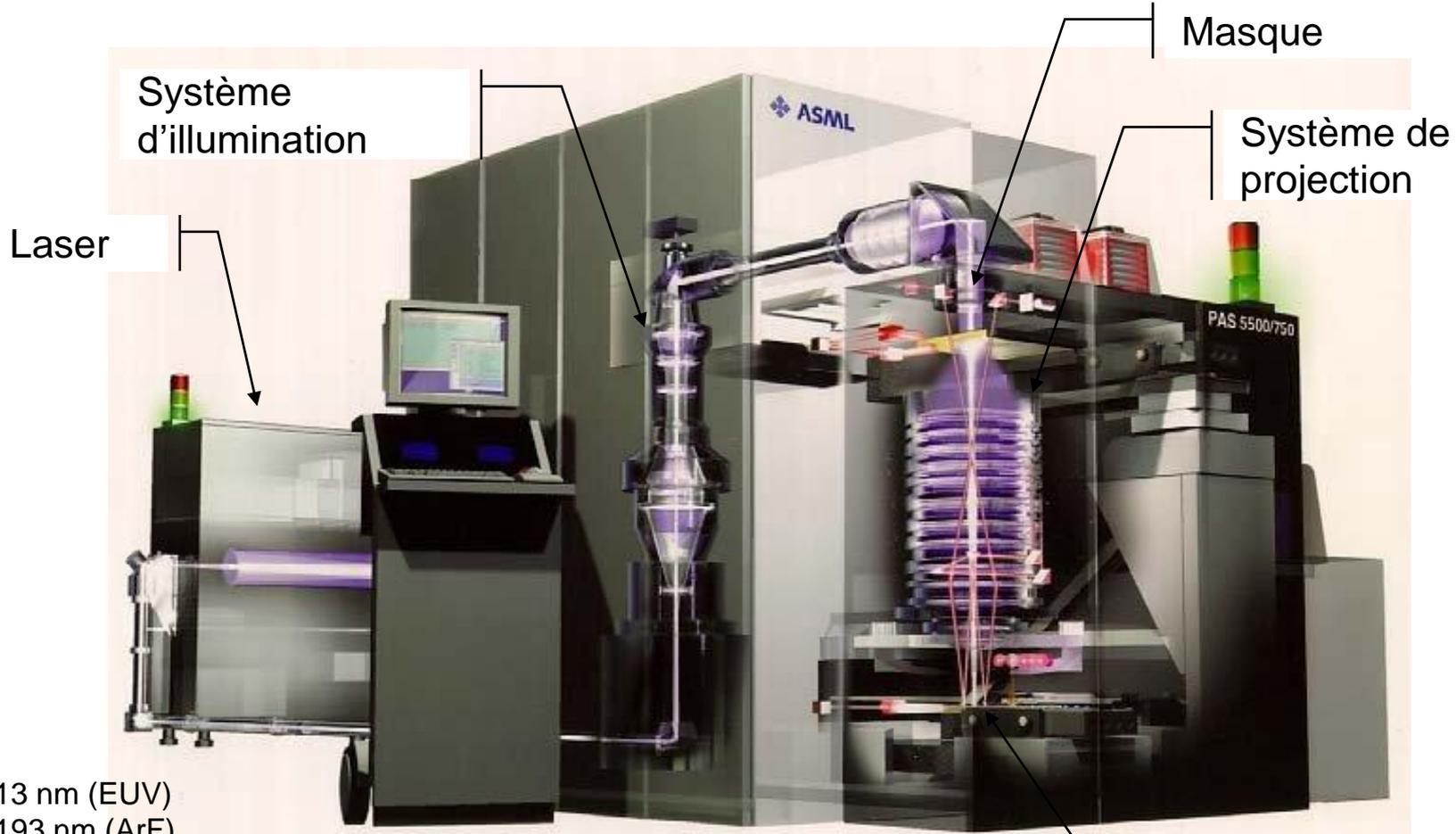
ELT M5 interferometric test bench



ELT M5 interferometric test bench



Optiques pour la lithographie



- 13 nm (EUV)
- 193 nm (ArF),
- 248 nm (KrF),
- 308 nm (XeCl),
- 353 nm (XeF).

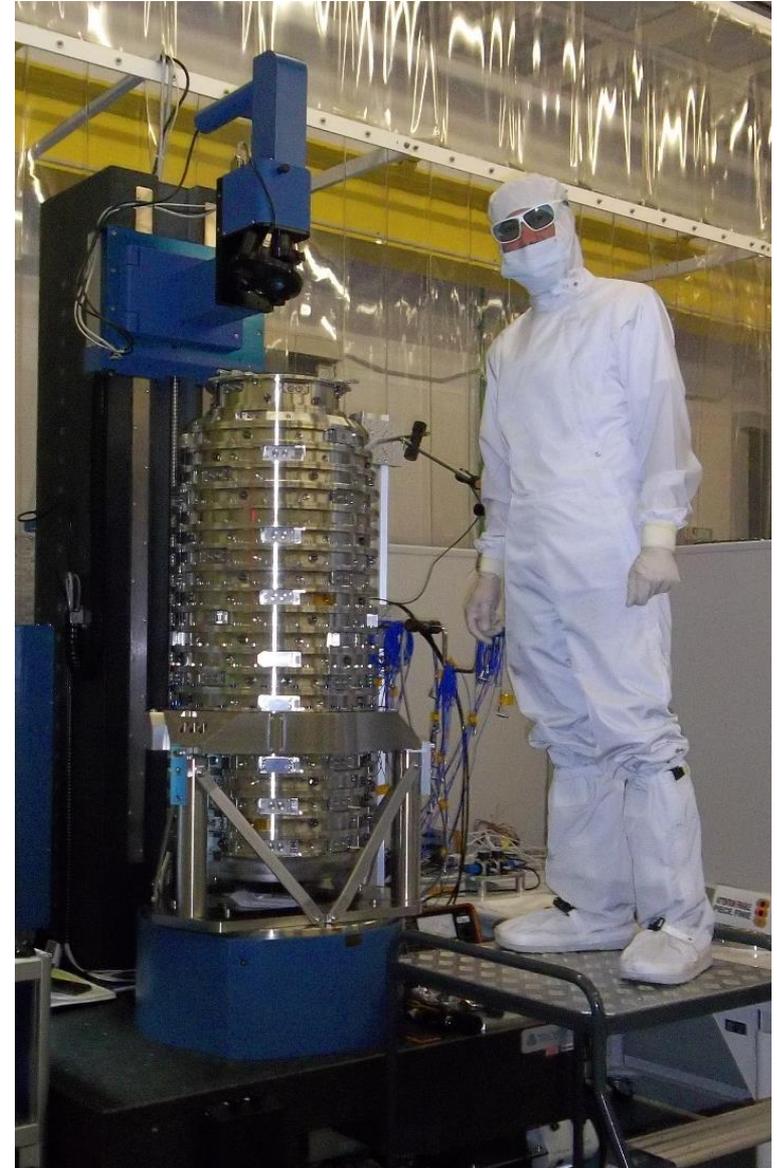
+ autres systèmes

Substrat (Wafer)

Ex de développement : PO pour lithographie 193 nm

Spécification

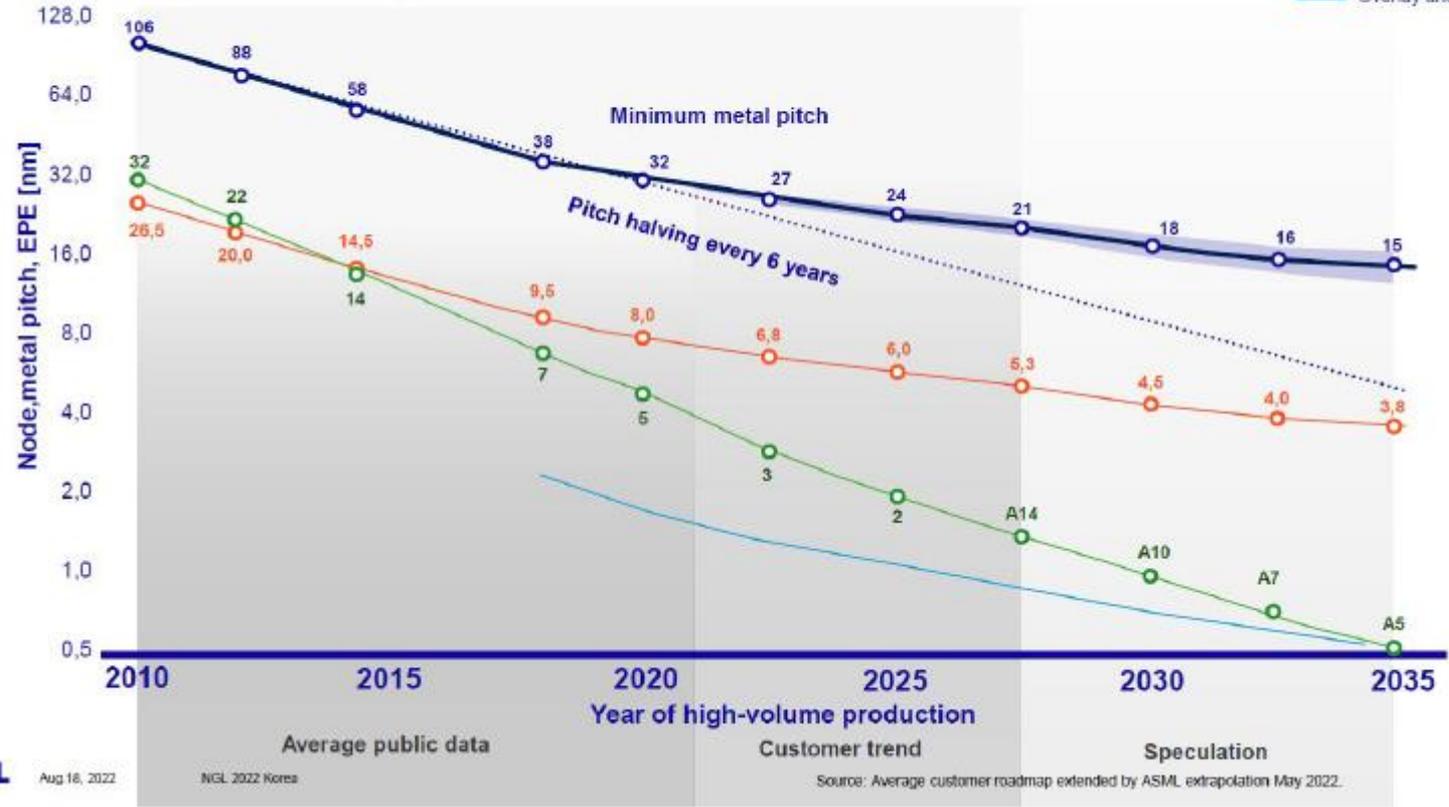
- WFE : < 4 nm RMS
- Distorsion < 6 nm



Litho density scaling continues in this decade

Overlay and Optical Proximity Corrections errors continue to shrink

- Logic metal pitch [nm]
- Edge Placement Error [nm]
- Node name [nm]
- Overlay and OPC



Aug 16, 2022

NGL 2022 Korea

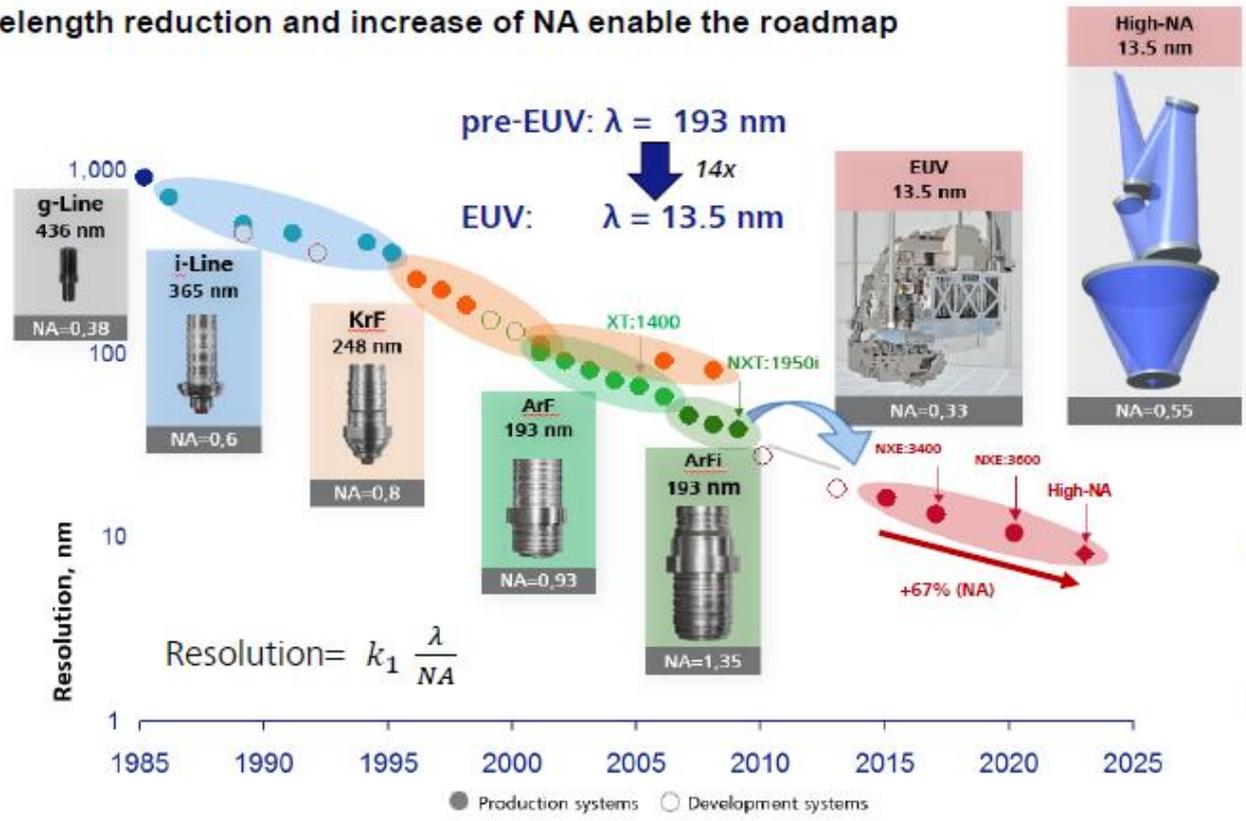
Source: Average customer roadmap extended by ASML extrapolation May 2022.



Evolution of lithography projection optics

Next logical step on lithography roadmap is a High-NA EUV system

Wavelength reduction and increase of NA enable the roadmap



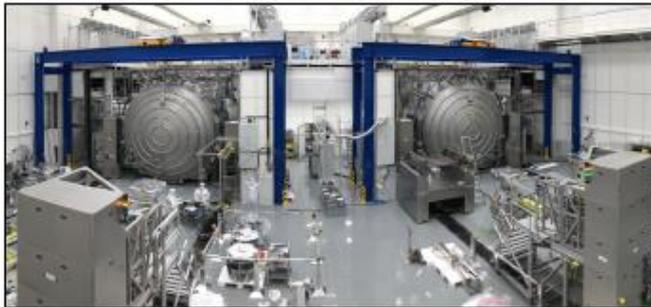
Low-NA EUV: Res = 13 nm

↓ 1.7x smaller features

High-NA EUV: Res = 8 nm

Summary

High-NA EUV Ante Portas

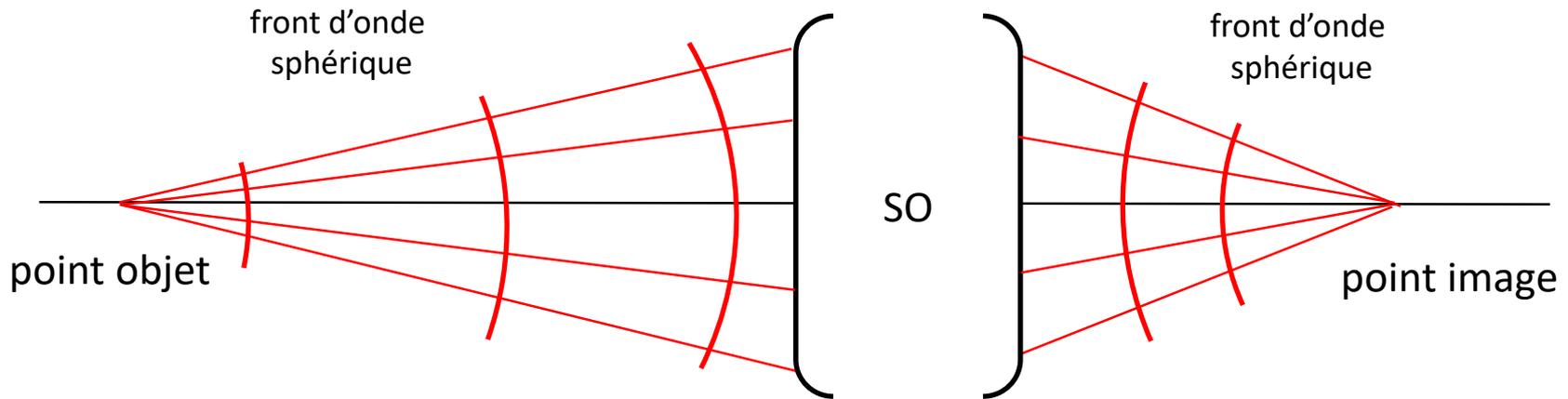


- We are producing mirrors and frames for High-NA EUV optics at full speed.
- Highly accurate computer-generated holograms enable surface metrology of extreme aspheres with an accuracy of well below 50pm.
- Test integration systems delivered to ASML.
- High-NA mirrors for first system coated and performance within specification
- System integration of first optics set is ongoing.



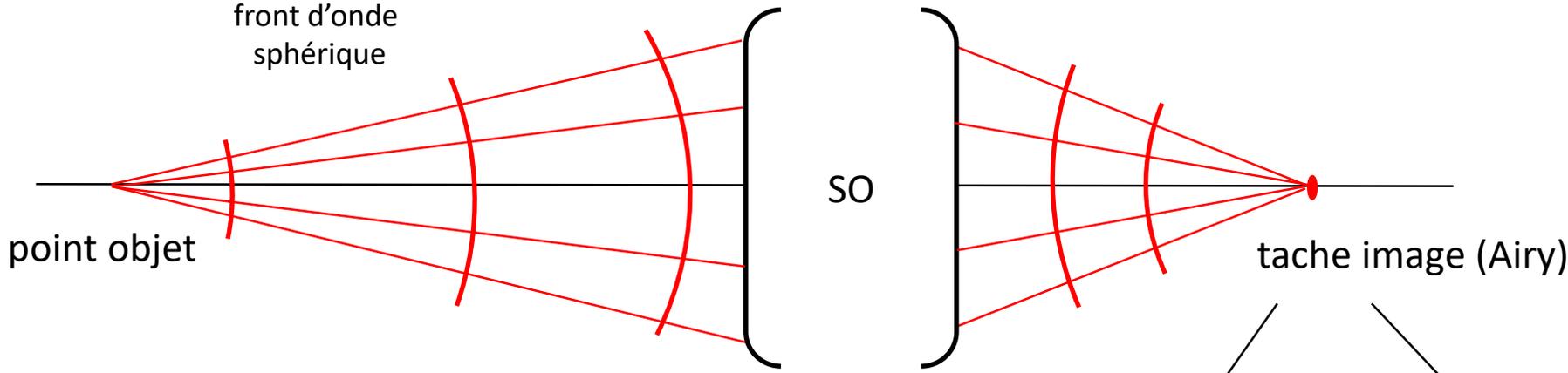
2 Impact des défauts optiques

systeme optique stigmatique

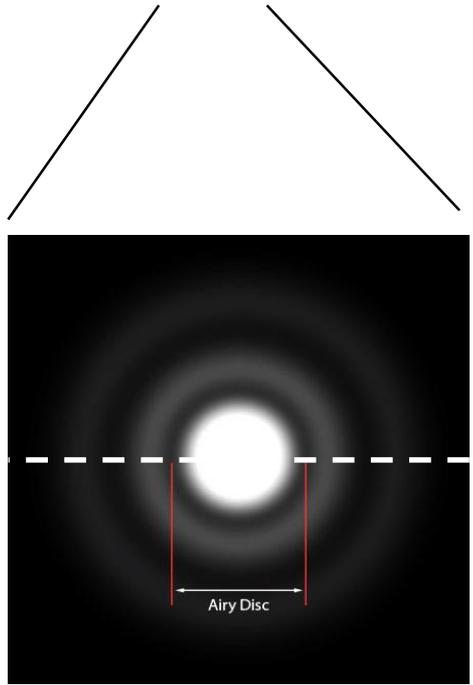
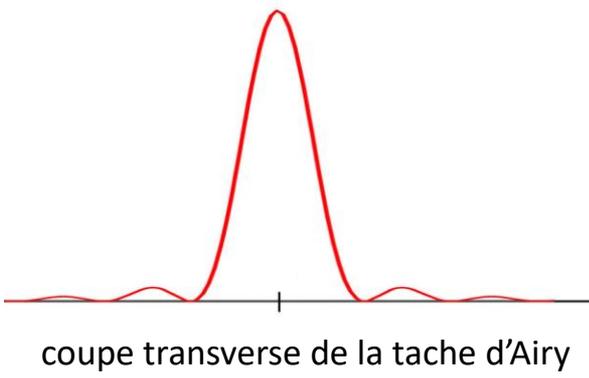


Dans un système optique stigmatique, tous les rayons passent par le même point image. La surface d'onde émergente est sphérique, les rayons géométriques sont perpendiculaires à la surface d'onde et convergent tous vers le même point.

systeme optique limité par la diffraction



Le phénomène de **diffraction** est un écart à la propagation géométrique et nécessite un modèle ondulatoire. L'image d'un point est une tache dont la dimension dépend de la longueur d'onde et de la dimension finie des éléments (ouverture).



Résolution angulaire - Exemple

Observation de Saturne, à grandissement identique :

- Instrument de 60 mm



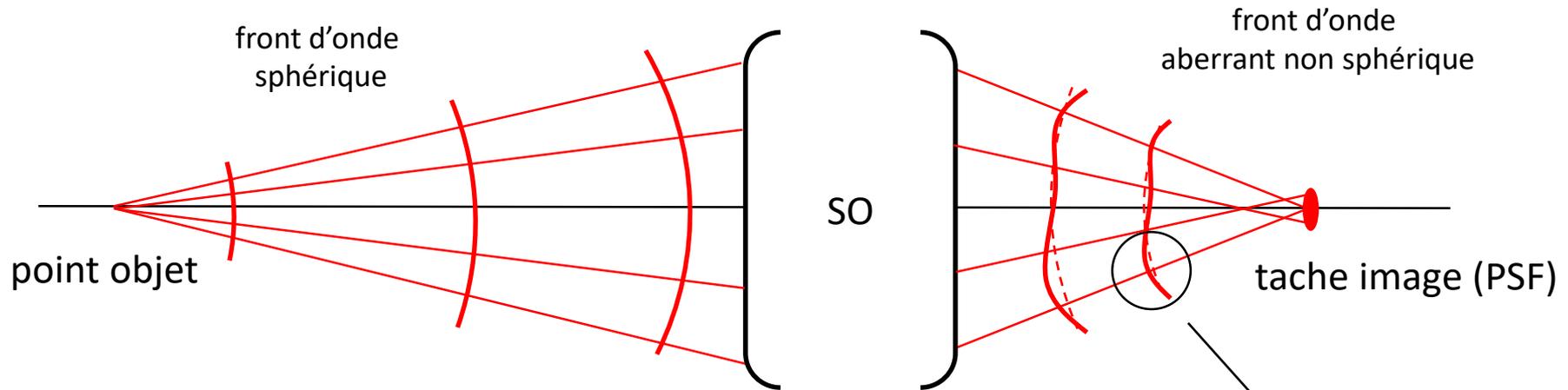
- Instrument de 120 mm



- Instrument de 400 mm



système optique aberrant



Si La surface d'onde émergente n'est plus sphérique, elle présente un écart à la surface d'onde Δ avec la sphère de référence, les rayons ne passent plus par un point unique, et les écarts dans la plan image engendrent une **aberration transversale** dans l'image.

Δ = écart normal
(Wave Front Error)

L'intérêt de la surface d'onde est que,

- le produit de l'indice et de l'écart normal ($n'\Delta$) se conserve à la traversée d'une optique stigmatique.
- lorsqu'il y a plusieurs éléments traversés successivement, il suffit d'ajouter les écarts normaux introduits par chacun des éléments (théorème de Gouy).
- connaissant l'écart normal à la sortie, on peut tout en déduire ...

Une surface optique est caractérisée par sa topographie $Z(x,y)$. Les défauts sont caractérisés par l'écart entre la surface réelle fabriquée et la surface théorique conçue. On définit usuellement les écarts PV et RMS comme :

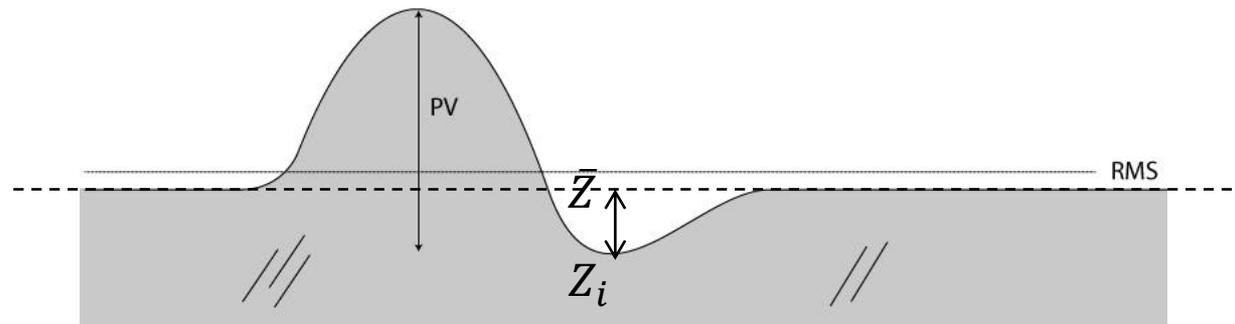
- **Ecart Pic à Vallée PV** ou R_z (Norme ISO 10110)

$$PV = Z_{max} - Z_{min} = \max(Z(x, y)) - \min(Z(x, y))$$

- **Ecart quadratique moyen (variance) RMS** ou R_q (Norme ISO 10110)

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Z_i - \bar{Z})^2}$$

N nb points échantillonnage



- **PV**

fortement impacté par un défaut local (rayure par exemple) qui pourtant ne perturbe pas les performances générales

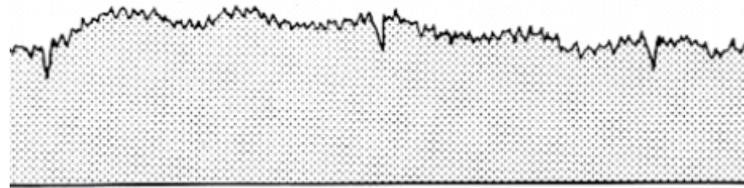
- **RMS**

minimise les défauts locaux
meilleur indicateur de la qualité globale

exemple où deux surfaces donnent le même PV mais des RMS différents !



Les **défauts non locaux** sont généralement séparés en bande de fréquences spatiales. Ils affectent l'ensemble de la pupille. A chaque bande, sa technique de mesure. Lors de la fabrication, il est important de connaître quels types de défauts sont présents sur la pièce pour mettre en place les stratégies de correction les plus efficaces.



- défaut basse fréquence

forme



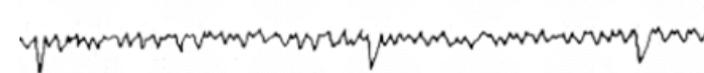
- défaut moyenne fréquence

ondulation

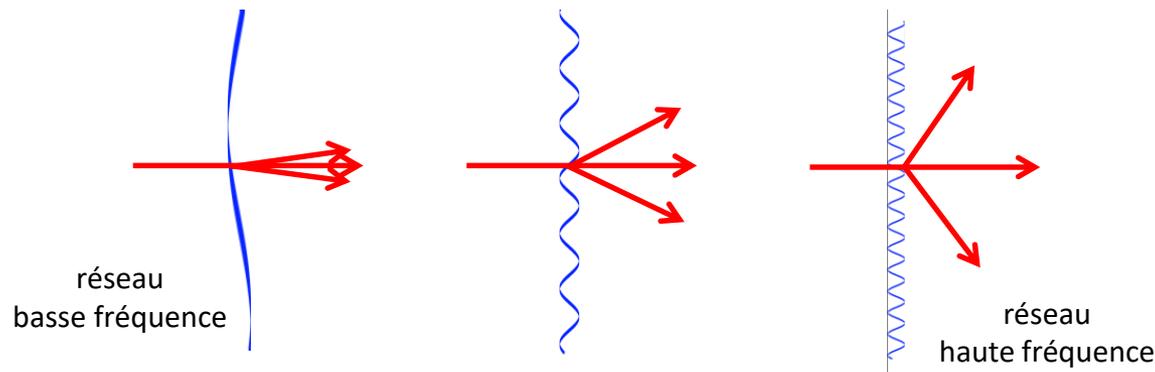


- défaut haute fréquence

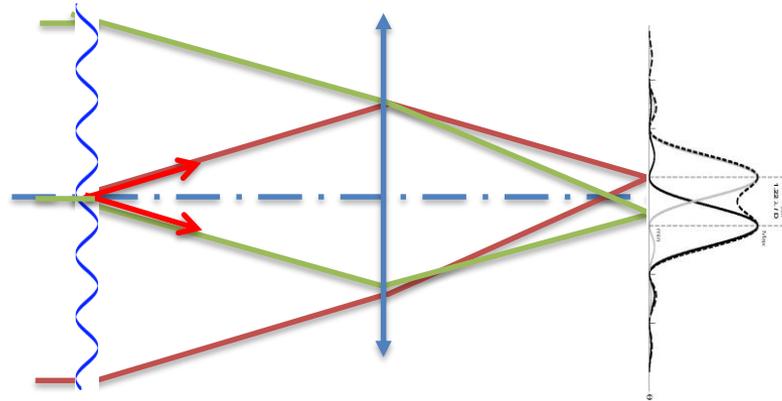
rugosité



La diffraction par une structure périodique (type réseau) engendre des rayons ayant une direction bien définie (ordres de diffraction). Plus la période est petite (plus la fréquence spatiale est grande) plus l'angle de diffraction est important. Une structure de période inférieure à la longueur d'onde ne diffracte pas.

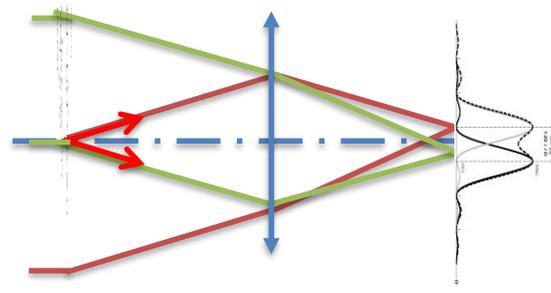


Si l'on conjugue les faisceaux avec une lentille, on observe dans le plan de Fourier la TF de l'objet. Un défaut basse fréquence va générer deux spots proches et élargir la PSF. Un défaut haute fréquence diffracte la lumière loin de la PSF centrale et contribue à la lumière parasite de l'image.



Fonction de phase dans le plan objet :

$$T(x, y) = P(x, y) \cdot e^{\frac{i2\pi}{\lambda}n\Delta(x,y)}$$



Dans le plan de Fourier, l'intensité vaut :

$$I(x', y') = \left(\frac{A}{\lambda f}\right)^2 \left|TF\left(P \cdot e^{\frac{i2\pi}{\lambda}n\Delta}\right)\right|^2 \left(\frac{x'}{\lambda f}, \frac{y'}{\lambda f}\right) = \left(\frac{A}{\lambda f}\right)^2 TF(T \otimes T)$$

Avec $T \otimes T$, fonction d'autocorrélation de T

Si $n\Delta \ll \lambda$, en posant $k = \frac{2\pi}{\lambda}$:

$$T(x, y) \approx P(x, y) \cdot \left(1 + i \cdot n \cdot k \cdot \Delta(x, y) - \frac{1}{2} (n \cdot k \cdot \Delta(x, y))^2\right)$$

$$I(x', y') \sim \left| \tilde{P} - \frac{1}{2} (nk)^2 \tilde{P}\tilde{\Delta}^2 + ink\tilde{P}\tilde{\Delta} \right|^2 \left(\frac{x'}{\lambda f}, \frac{y'}{\lambda f}\right)$$

Si $\tilde{P}, \tilde{P}\tilde{\Delta}, \tilde{P}\tilde{\Delta}^2$ réels :

$$I \sim \left(\tilde{P} - \frac{1}{2} (kn)^2 \tilde{P}\tilde{\Delta}^2\right)^2 + (nk\tilde{P}\tilde{\Delta})^2$$

$$I(x', y') \sim \left(|\tilde{P}|^2 - n^2 k^2 \left(\tilde{P} \cdot \tilde{P}\tilde{\Delta}^2 - |\tilde{P}\tilde{\Delta}|^2 \right) \right) \left(\frac{x'}{\lambda f}, \frac{y'}{\lambda f}\right)$$

Si Δ correspond à une différence de marche due aux aberrations du système, la contribution de ces aberrations à la tache image est donc de la forme :

$$I_{aberration} \sim \left(\frac{2\pi}{\lambda} n \right)^2 \left(\tilde{P} \cdot \tilde{P} \Delta^2 - |\tilde{P} \Delta|^2 \right)$$

Que peut-on déduire de cette formule ?

- Dépendance en longueur d'onde de l'étalement de la tâche : $\sim 1/\lambda^2$
- Influence des fréquences spatiales de Δ dans l'étalement de la tâche

L'étalement de la tâche est donc relié à la TF de la carte des aberrations dans la pupille.

En cas de variations lentes, cette fonction va avoir un support étendu. Sa TF va donc avoir un support étroit => l'impact est un léger étalement de la tâche de diffraction.

En cas de spectre large avec un contenu HF, la TF à un support large=> on observe un fond diffus dans le plan focal.

$$I_{aberration} \sim \left(\frac{2\pi}{\lambda} n \right)^2 \left(\tilde{P} \cdot \tilde{P} \Delta^2 - |\tilde{P} \Delta|^2 \right)$$

Exemple 1 :

On suppose une pupille carrée :

$$P = \text{rect}_D(x)\text{rect}_D(y)$$

On suppose une aberration avec un profil gaussien selon X :

$$\Delta = A \cdot G_\sigma(x) \text{ avec } G_\sigma, \text{ gaussienne de largeur } \sigma$$

$$\tilde{P} = D^2 \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu) \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\nu)$$

$$\tilde{\Delta} = A \cdot \sigma \cdot D \cdot G_{\frac{1}{\sigma}}(\mu), \quad (\tilde{\Delta})^2 = A^2 \sigma^2 D^2 G_{\frac{1}{\sqrt{2}\sigma}}(\mu), \quad \tilde{\Delta}^2 = \frac{A^2 \sigma}{\sqrt{2}} D G_{\frac{\sqrt{2}}{\sigma}}(\mu)$$

$$\tilde{P}^2 = D^4 \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}}^2(\mu) \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}}^2(\nu)$$

$$I_{ab} = D^4 \left(\frac{2\pi A}{\lambda} n \right)^2 \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}D} \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}} \left(\frac{\mu}{\lambda f} \right) \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}} \left(\frac{\nu}{\lambda f} \right) G_{\frac{\sqrt{2}}{\sigma}} \left(\frac{\mu}{\lambda f} \right) - \frac{\sigma^2}{D^2} G_{\frac{1}{\sqrt{2}\sigma}} \left(\frac{\mu}{\lambda f} \right) \right)$$

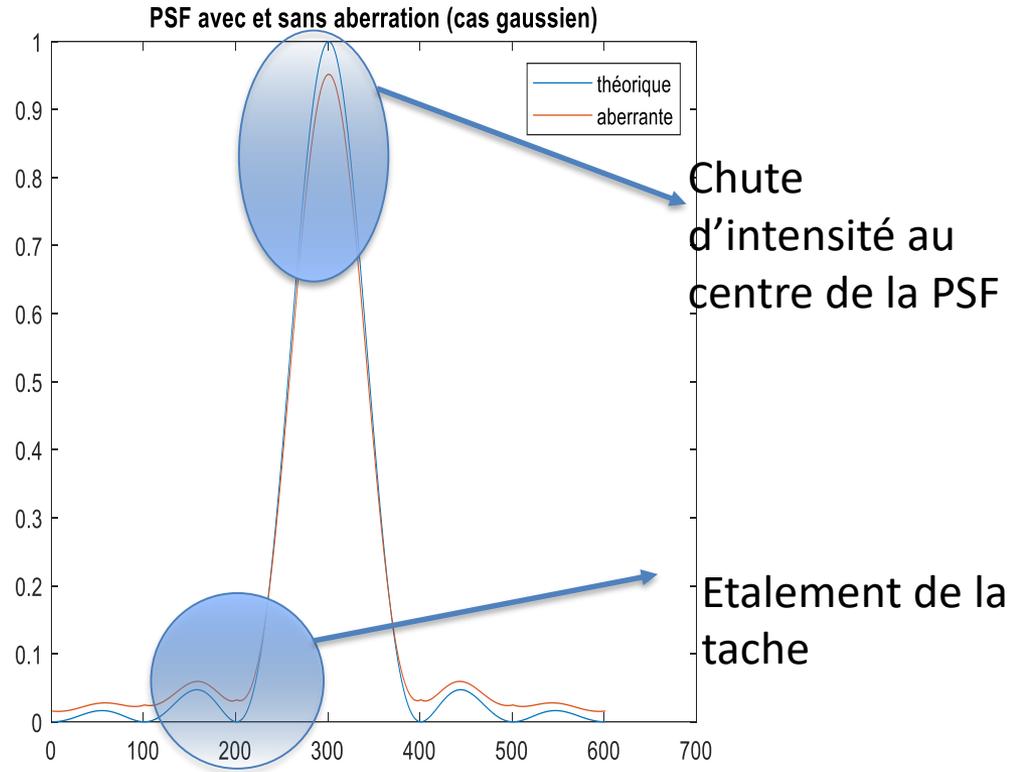
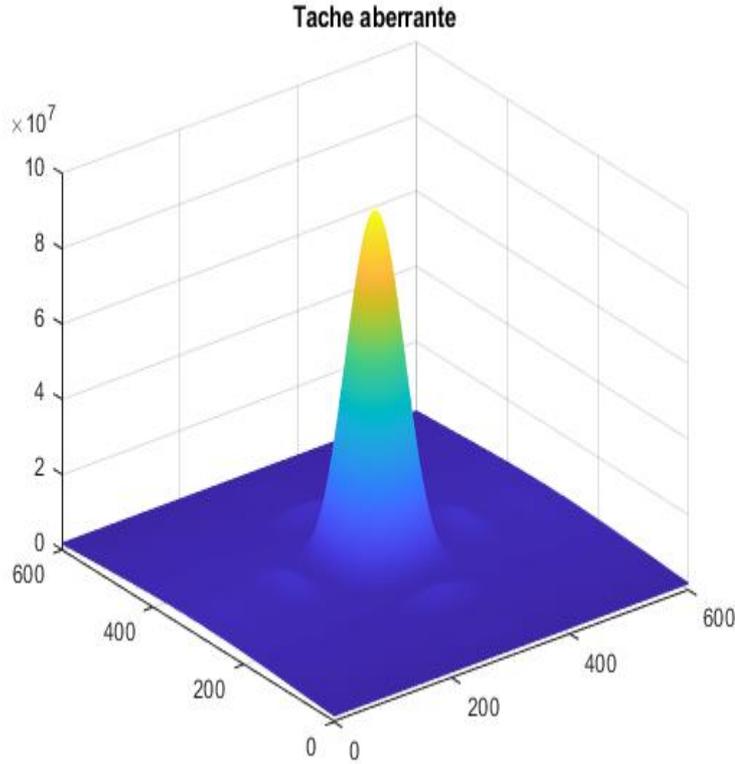
En 0 :

$$\tilde{P}^2 = D^4 \quad I_{ab} = D^4 \left(\frac{2\pi A}{\lambda} n \right)^2 \left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}D} - \frac{\sigma^2}{D^2} \right)$$

$$I_{aberration} \sim \left(\frac{2\pi}{\lambda} n \right)^2 \left(\tilde{P} \cdot \tilde{P} \tilde{\Delta}^2 - |\tilde{P} \tilde{\Delta}|^2 \right)$$

Exemple :

$D=100\text{ mm}$, $\sigma=30\text{ mm}$, $\lambda=500\text{ nm}$, $A=50\text{ nm}$



Exemple 2 :

Pupille carrée et aberration sinusoïdale dans une direction : $\Delta = A \cdot \cos(2\pi\gamma x)$

$$\widetilde{P\Delta} = \tilde{P} * \tilde{\Delta} = \tilde{P} * \left(\frac{1}{2} (\delta(\mu - \gamma) + \delta(\mu + \gamma)) \right)$$

$$\widetilde{P\Delta} = \frac{1}{2} D^2 \cdot A \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(v) \cdot \left(\text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu - \gamma) + \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu + \gamma) \right)$$

$$\widetilde{P\Delta}^2 = \frac{1}{2} D^2 \cdot A^2 \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(v) \cdot \left(\text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu) + \frac{1}{2} \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu - 2\gamma) + \frac{1}{2} \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu + 2\gamma) \right)$$

$$I_{ab}(\lambda f \mu, \lambda f v) = \frac{D^4}{2} \left(\frac{2\pi A}{\lambda} n \right)^2 \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(v)^2 \cdot \left(\begin{array}{c} \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu)^2 - \frac{1}{2} \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu - \gamma)^2 - \frac{1}{2} \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu + \gamma)^2 \\ + \frac{1}{2} \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu - 2\gamma) \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu) + \frac{1}{2} \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu + 2\gamma) \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu) \\ - \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu - \gamma) \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu + \gamma) \end{array} \right)$$

$$I_{ab} \approx \frac{D^4}{2} \left(\frac{2\pi A}{\lambda} n \right)^2 \text{sinc}_{\frac{1}{D}} \left(\frac{v}{\lambda f} \right)^2 \cdot \left(\text{sinc}_{\frac{1}{D}} \left(\frac{\mu}{\lambda f} \right)^2 - \frac{1}{2} \text{sinc}_{\frac{1}{D}} \left(\frac{\mu}{\lambda f} - \gamma \right)^2 - \frac{1}{2} \text{sinc}_{\frac{1}{D}} \left(\frac{\mu}{\lambda f} + \gamma \right)^2 \right)$$

$$I_{aberration} \sim \left(\frac{2\pi}{\lambda} n \right)^2 \left(\tilde{P} \cdot \widetilde{P\Delta}^2 - |\widetilde{P\Delta}|^2 \right)$$

Exemple 3 :

On suppose une pupille carrée :

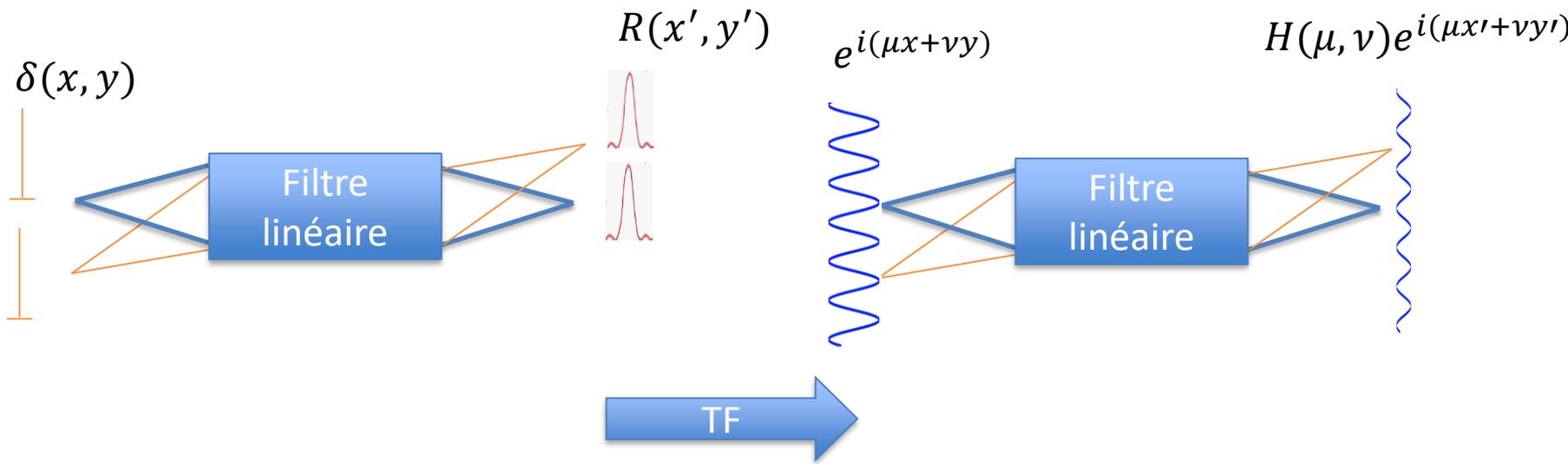
$$P = \text{rect}_D(x)\text{rect}_D(y) \Rightarrow \tilde{P} = D^2 \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\mu) \cdot \text{sinc}_{\frac{1}{D}}(\nu)$$

On suppose une aberration de défocus :

$$\Delta = A \cdot (x^2 + y^2)$$

$\widetilde{P\Delta}$ et $\widetilde{P\Delta^2}$ se calculent analytiquement dans ce cas (intégration par partie). Calcul un peu fastidieux.

Filtre linéaire : réponse impulsionnelle et fonction de transfert



Réponse impulsionnelle : $R(x', y')$
 Réponse à un signal d'entrée $S = S * \delta$
 $S * R(x', y') = \iint R(x' - g.x, y' - g.y) S(x, y) dx dy$
 Avec g grandissement latéral

Fonction de transfert : $H(\mu, \nu) = \hat{R}$
 Réponse à $\hat{S}(\mu, \nu) \cdot e^{i(\mu x + \nu y)}$:
 $\hat{S}(\mu, \nu) \cdot H(\mu, \nu) \cdot e^{i(\mu x' + \nu y')}$

En toute rigueur, le modèle filtre linéaire n'est applicable que si R est constant dans le champ, ce qui en général n'est pas le cas. On peut toutefois considérer que cela reste vrai localement, au voisinage d'un point du champ.

Réponse impulsionnelle incohérente pour de faibles aberrations :

$$I(\lambda f x', \lambda f y') \sim \left| TF \left(P \cdot e^{\frac{i2\pi}{\lambda} n \Delta} \right) \right|^2 \approx \left| \tilde{P} + i n k \tilde{P} \Delta - \frac{n k^2}{2} \tilde{P} \Delta^2 \right|^2$$

$$I(\lambda f x', \lambda f y') \sim \tilde{P} \cdot \tilde{P}^* + n^2 k^2 \tilde{P} \Delta \cdot \tilde{P} \Delta^* - \frac{n k^2}{2} \left(\tilde{P}^* \cdot \tilde{P} \Delta^2 + \tilde{P} \cdot \tilde{P} \Delta^{2*} \right)$$

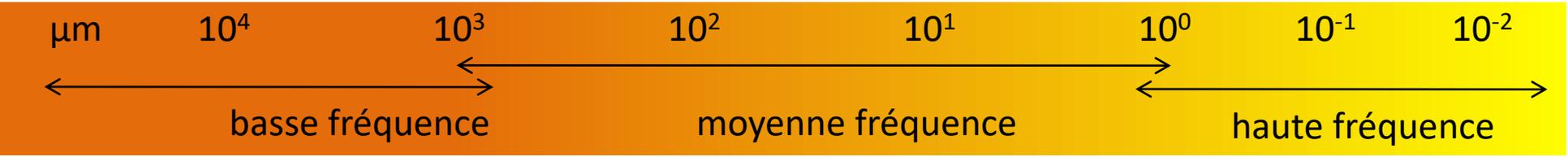
Fonction de transfert : $H = TF(I)(\lambda f \mu, \lambda f \nu)$

$$H \sim P_- * P^* + n^2 k^2 P \Delta_- * P \Delta^* - \frac{n k^2}{2} (P \Delta_-^2 * P^* + P_- * P \Delta^{2*})$$

$$H \sim P \otimes P - n^2 k^2 \left(\frac{1}{2} (P \Delta^2 \otimes P + P \otimes P \Delta^2) - P \Delta \otimes P \Delta \right)$$

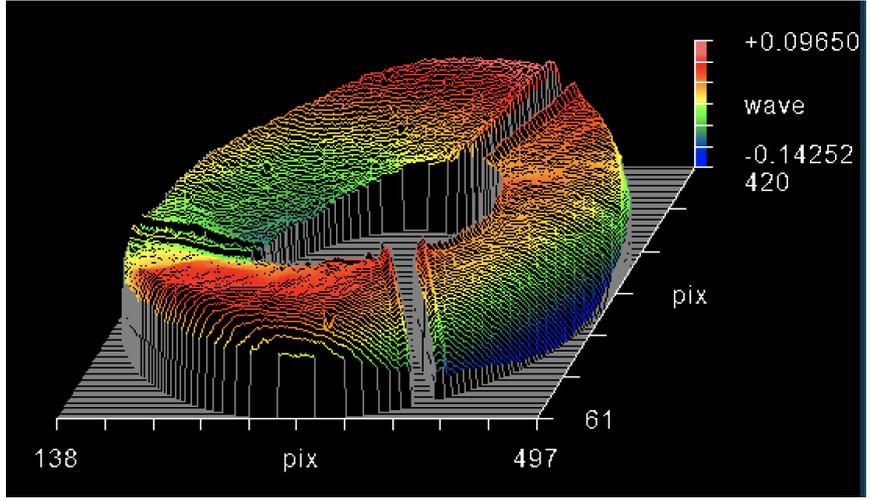
Si P et Δ réels et paires :

$$H \sim P * P - n^2 k^2 (P * P \Delta^2 - P \Delta * P \Delta)$$



- défaut basse fréquence

Ces défauts génèrent les aberrations optiques. Ils affectent la résolution dans l'image. Le RMS global est usuellement décomposé en **polynômes de Zernike** (ordre 16 maximum – quelques ondulations sur la pupille). L'intérêt de cette décomposition réside dans le fait que les polynômes sont directement visualisées par les techniques interférométriques utilisées pour les quantifier.

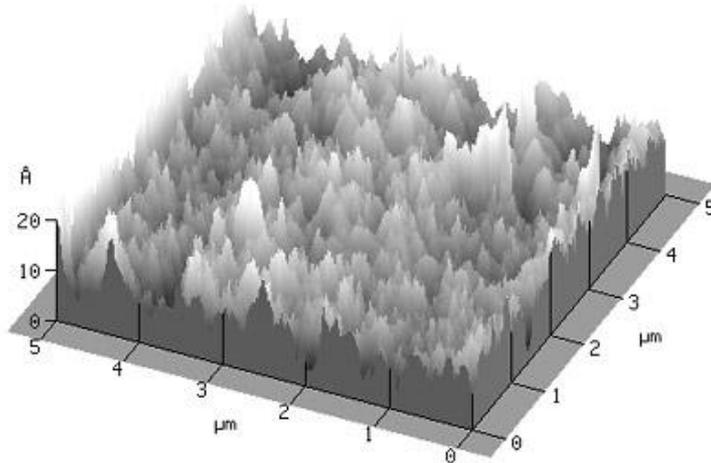


Front d'onde émergent d'un système optique mesuré par interférométrie



- défaut haute fréquence

Ces défauts (souvent aléatoires) génèrent de la diffusion et engendrent une perte de transmission. Ils peuvent être analysés en fréquences spatiales (analyse de Fourier) par l'étude de la **densité spectrale de puissance (PSD)**. La mesure de la PSD permet de relier la composante fréquentielle des défauts sur la pièce à l'impact de ces derniers en termes de RMS de la surface.

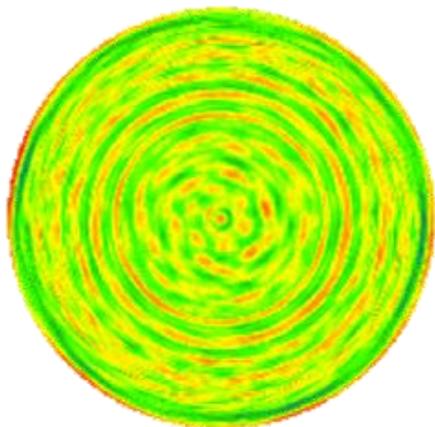


Surface optique vue par microscopie à force atomique



- défaut moyenne fréquence

Ces défauts génèrent de la lumière parasite proche du rayon idéal. Ils diminuent le contraste de l'image. L'analyse (Fourier ou Zernike d'ordre élevé) va dépendre des moyens et des besoins. Leur modélisation est plus difficile (pas vraiment de la forme, pas vraiment de la rugosité statistique).



Ondulation moyenne fréquence
créée par l'outil de polissage

La forme se mesure sur l'ensemble de la surface, la rugosité se mesure sur des champs millimétriques voire moins. L'ondulation peut nécessiter un troisième appareil. La lumière est envoyée en dehors de la PSF mais moins « loin » que la rugosité.

Surtout critique pour les méthodes de surfacage non "traditionnelles", CNC (computer numerical control), MRF (magneto rheological finishing) et retouches ioniques : défauts avec des fréquences bien définies.

Les défauts localisés s'apparentent le plus souvent à des défauts d'aspect. Ils diffusent, diffractent, absorbent la lumière. Leur modélisation est difficile (connaissance de leur forme, de l'état de surface des flancs).

Mais en général ils se comportent comme la rugosité en mettant un voile de lumière parasite mais avec moins d'énergie. **Leur influence est souvent surestimée** (moins gênants que la rugosité, mais visibles à l'examen direct) sauf si le dioptré est dans un plan conjugué de l'image car la visibilité sera directe (cosmétique si observation visuelle). Ils doivent être pris en compte si un traitement automatique d'image est utilisé. Ils peuvent être également gênant lors d'utilisation de puissance optique laser très importante.

Les principaux défauts sont :

- les **ébréchures** : éclatements des bords et des arêtes
- les **rayures** et **frayures** : sillons continus ou discontinus dont la largeur et la profondeur peuvent être irrégulières, la frayure étant une petite rayure
- les **filandres** : défauts superficiels continus, linéaires, visibles sous certaines incidences seulement
- les **piqûres** : défauts ponctuels de surface
- le **gris localisé** : concentration de piquûres de faibles dimensions ne couvrant qu'une partie de la surface
- les **bulles** crevées : défauts dus à des inclusions gazeuses dans la matière débouchant sur la surface
- les coups, marques et traces laissées par une mauvaise manipulation.
- les taches, oxydations locales et les défauts des traitements de surface.



défauts locaux visibles en strioscopie

Strehl ratio et critère de Maréchal :

Dans le plan de Fourier, l'intensité vaut si $\Delta \ll \lambda$:

$$I(x', y') \sim \left(|\tilde{P}|^2 - n^2 k^2 \left(\tilde{P} \cdot \tilde{P} \Delta^2 - |\tilde{P} \Delta|^2 \right) \right)$$

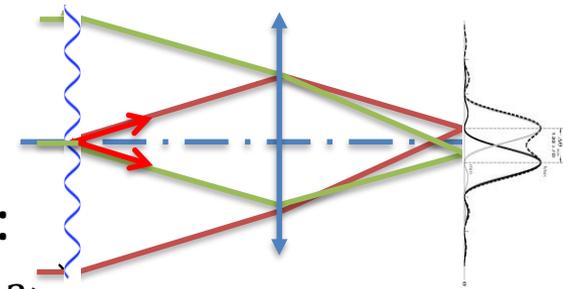
Au centre de la tache image :

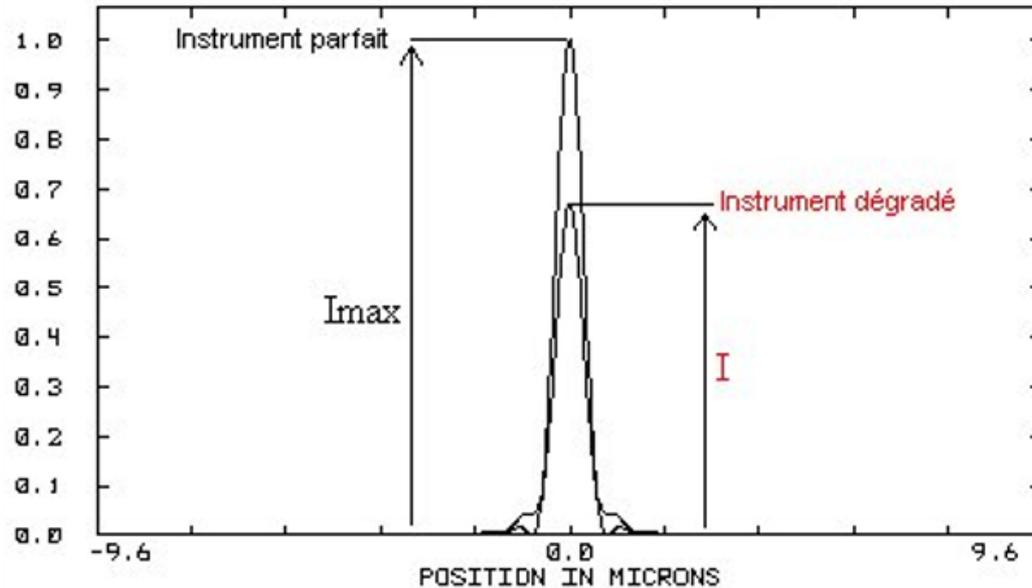
$$\tilde{P}(0,0) = \iint_P dS \quad (\tilde{P} \Delta^2)_{(0,0)} = \iint_P \Delta^2 dS \quad |\tilde{P} \Delta|^2 = \left(\iint_P \Delta dS \right)^2$$

D'où, en normalisant par $S^2 = \left(\iint_P dS \right)^2$ (définition de Strehl) :

$$I_n(0) = 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{1}{S} \iint_P n^2 \Delta^2 dS - \left(\frac{1}{S} \iint_P n \Delta dS \right)^2 \right)$$

$$I_n(0) = 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \sigma_{n\Delta}^2$$

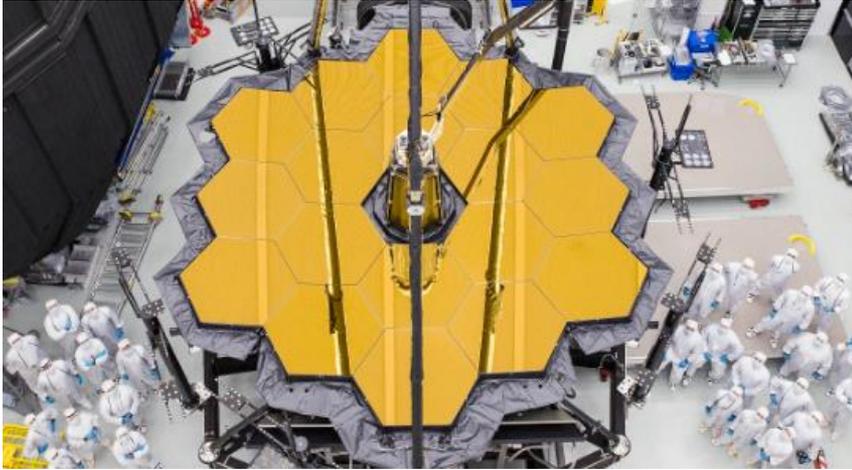




Application numérique :

Quelle aberration conduit à une chute du ratio de Strehl de 20 % ?

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \sigma_{n\Delta}^2 = 0.2 \quad \Rightarrow \quad \sigma_{n\Delta} = \frac{\lambda}{2\pi/\sqrt{0.2}} \approx \frac{\lambda}{14}$$

**JWST**

Strehl ratio > 0.8 @ $\lambda=2 \mu\text{m}$

$$\Delta_{\text{telescope}} < 150 \text{ nm rms}$$

**VLT**

Strehl ratio > 0.9 @ $\lambda=1.65 \mu\text{m}$

$$\Delta_{\text{telescope}} < 80 \text{ nm rms}$$

Si à la sortie du système optique,

- $n'\Delta \ll \lambda \rightarrow$ **on parle de régime diffractif**

L'image d'un point objet est quasiment une tache d'Airy. L'énergie perdue dans le lobe central, au profit des anneaux, est uniquement conditionnée par l'écart normal du défaut de fabrication. Le rapport de Strehl quantifie cette perte centrale.

rapport de Strehl

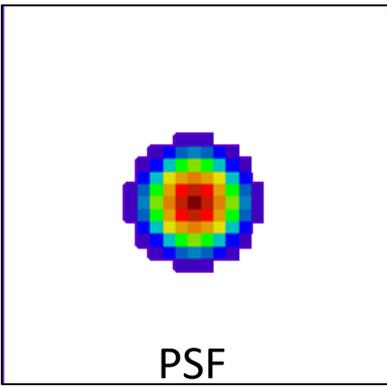
$$R \sim 1 - \frac{4\pi^2 \sigma_{n\Delta}^2}{\lambda^2}$$

- $n'\Delta \gg \lambda \rightarrow$ **on parle de régime géométrique**

Il suffit de suivre les rayons à travers le système pour savoir où l'énergie tombera dans le plan image. Les défauts de réalisation des surfaces agissent sur les rayons par leurs défauts de pentes.

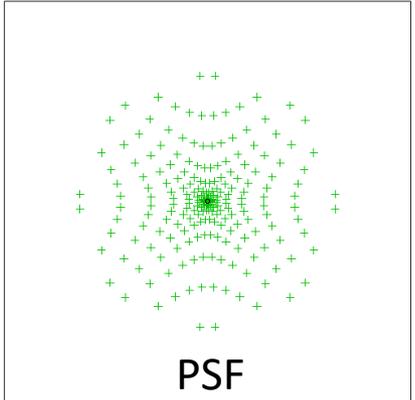
régime diffractif

régime géométrique



PSF

Exemple aberration sphérique



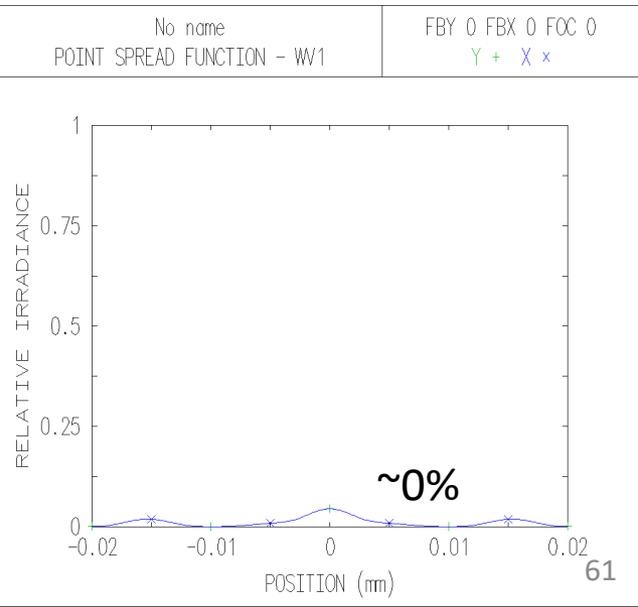
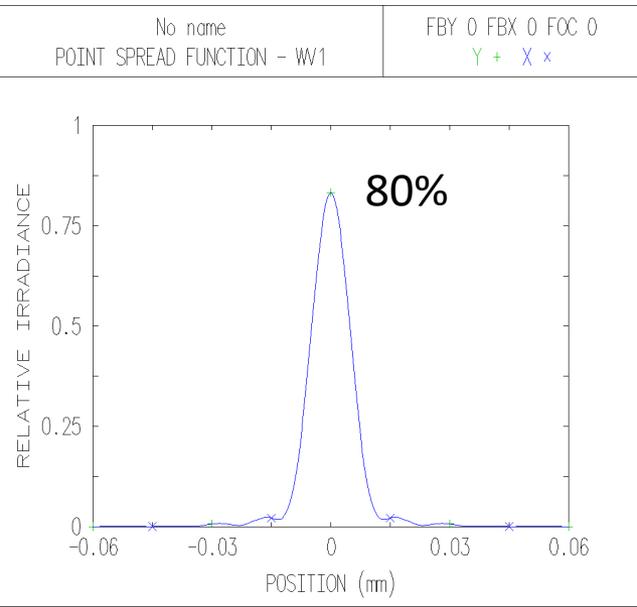
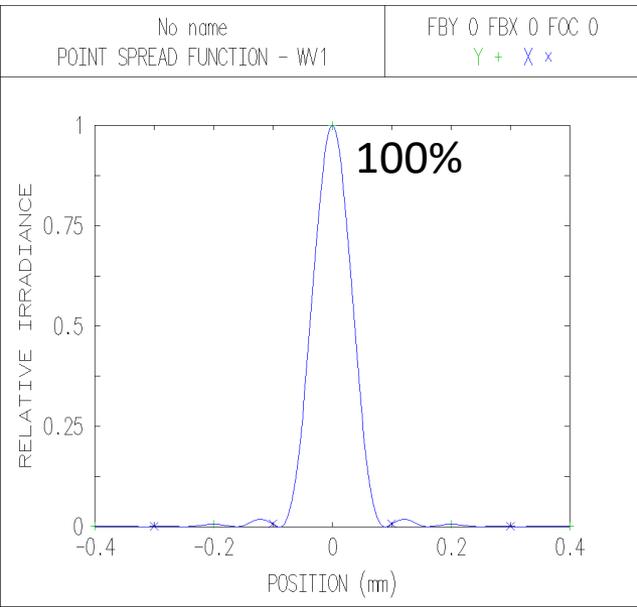
PSF

$\Delta_{RMS} = 0$

Critère de Maréchal

$\Delta_{RMS} = \lambda/14$

$\Delta_{RMS} = 4\lambda$



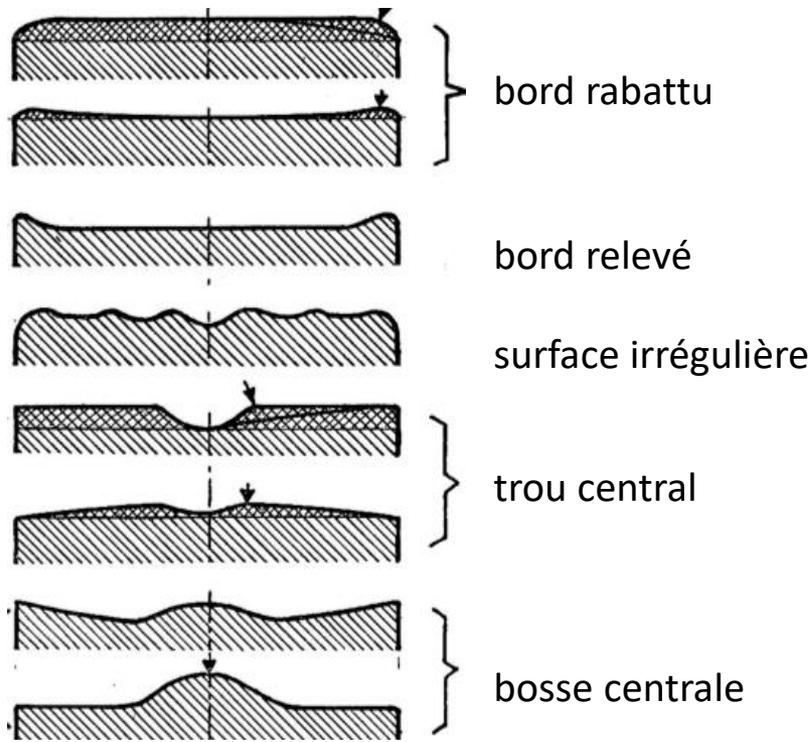
→ **Les défauts basses fréquences (ou défauts de forme)** vont agir sur la surface d'onde traversant le système au même titre que les aberrations de conception ou d'excentrement.

Ils vont donc dévier les rayons **et** introduire un écart normal Δ qui se propagera à travers le système.

Ces défauts affectent la résolution dans l'image.

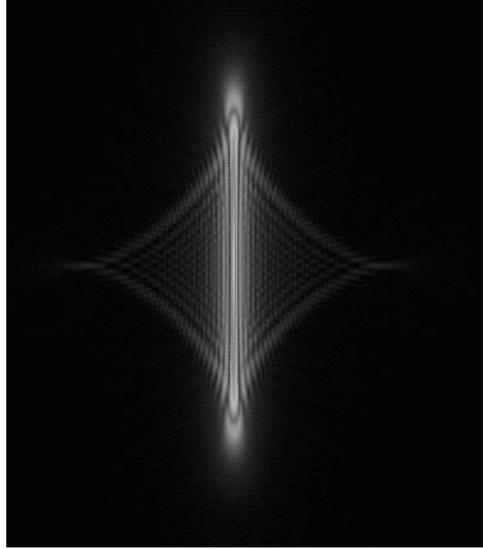
Les défauts de forme de type couronne concave ou convexe sont classiquement des défauts de rodage. Ils s'apparentent à de l'aberration sphérique.

Les défauts en forme de type « selle de cheval » ou défaut de cylindre proviennent souvent des contraintes créées mécaniquement au montage/démontage. Ils s'apparentent à de l'astigmatisme.



Les défauts d'excentrement (mauvais alignement) entraînent souvent de la coma et de l'astigmatisme.

Quelques défauts classiques BF dans le processus de polissage.



Exemple astigmatisme (cylindre)
 $\Delta_{PV} = 10 \lambda$

Une bonne optique doit obéir au critère de ...

Rayleigh $\Delta_{PV} < \lambda/4$

- il ne prend pas en compte la surface effective des défauts
deux points font le P-V !
- il dépend de la forme
même PV pour : $\lambda/4$ défocus, $\lambda/4$ aberration sphérique, $\lambda/3$ coma, $\lambda/2$ astigmatisme

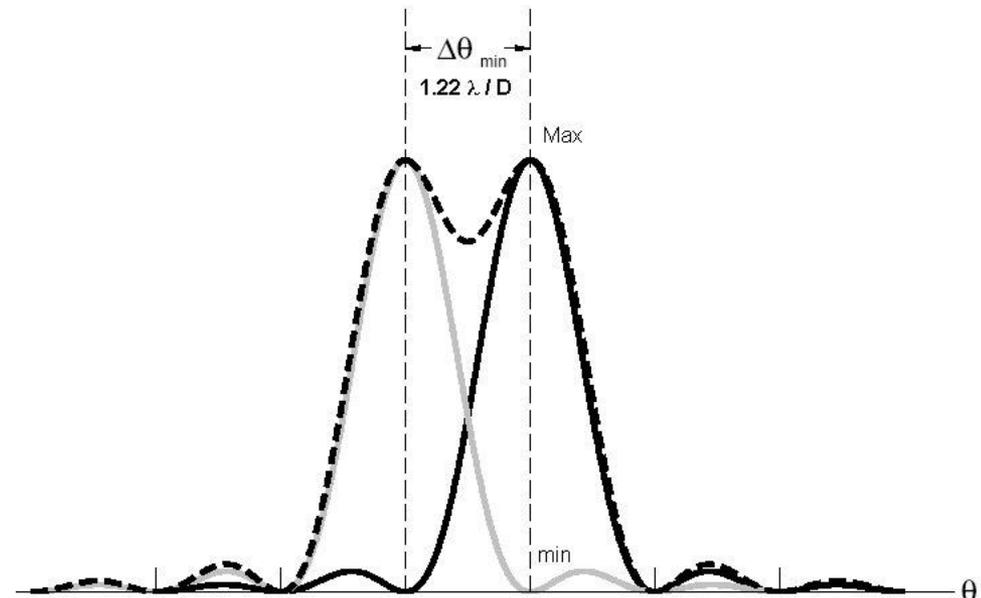
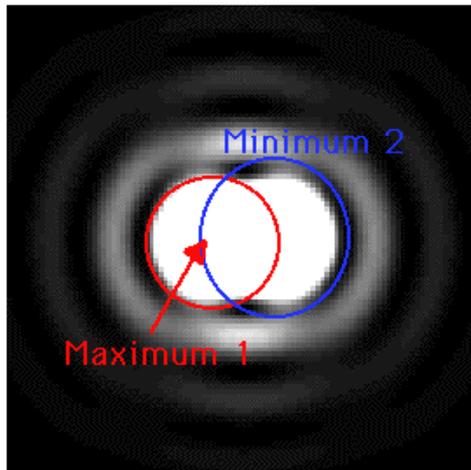
Maréchal $\Delta_{RMS} < \lambda/14$

- quasi indépendant de la forme du défaut
- au delà de $\lambda/14$, le système se dégrade rapidement. En deçà, il y a peu à gagner (notion de système limité par la diffraction)

Résolution angulaire - Critère de Rayleigh

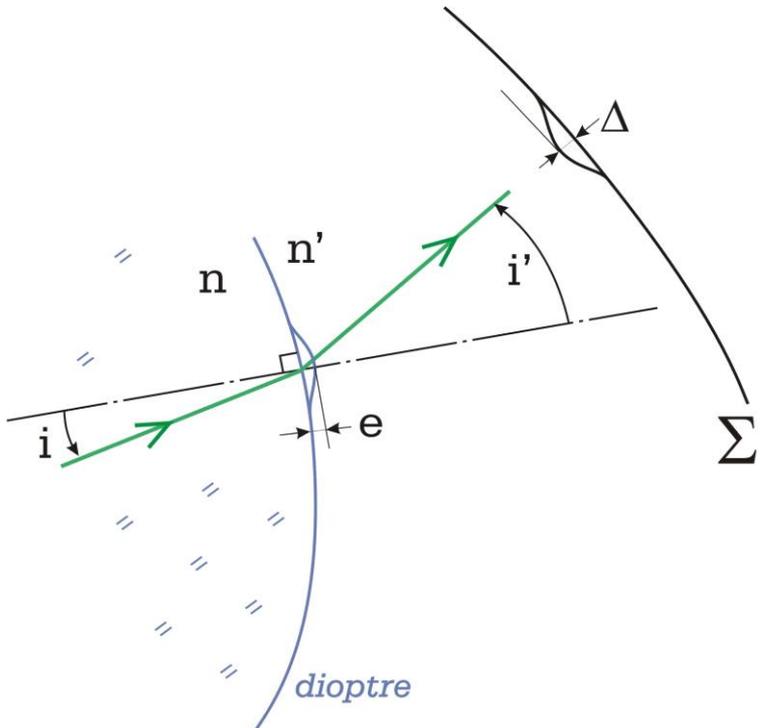
Pour un instrument parfait, hors turbulence :

- Le **critère de Rayleigh** définit la séparation angulaire minimale entre deux points images (deux taches d'Airy) permettant de clairement séparer deux pics sur l'intensité résultante.
- Le critère de Rayleigh est satisfait quand il y a **correspondance entre le pic d'une PSF et le premier anneau noir de l'autre** ($\Delta\theta = 1.22 \lambda / D$).
- Le contraste au centre de la tache résultante est de 26.4 %



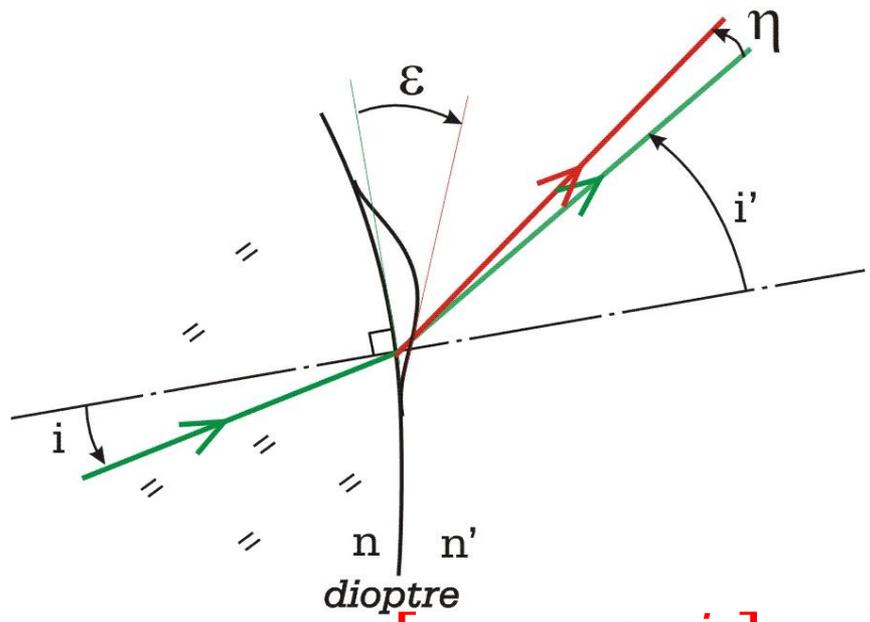
Calcul de l'aberration :

Influence sur la surface d'onde d'un défaut d'épaisseur e



$$n'\Delta = e \times [n' \cos i' - n \cos i]$$

Influence sur les rayons d'un défaut de pente ϵ



$$\eta = \epsilon \times \left[1 - \frac{n \cos i}{n' \cos i'} \right]$$

Calcul de l'aberration :

Dans le cas de l'incidence normale, la relation précédente pour le front d'onde montre la différence entre un dioptre (du verre dans le visible) et un miroir pour un même défaut d'épaisseur e .

$$\Delta_{miroir} = 2 \times e$$

$$\Delta_{dioptre} = (n-1) \times e \xrightarrow{n=1,5} \Delta_{dioptre} = \frac{e}{2}$$

Donc pour un même défaut du front d'onde la surface du miroir devra être quatre fois meilleure que la surface d'un dioptre.

Calcul de l'aberration :

Exemples

défaut de surface (par dioptre) pour obtenir un système limité par la diffraction ?

- 4 lentilles ($n=1,6$) à $\lambda = 500 \text{ nm}$

$$\Delta_{PV-total} = \frac{\lambda}{4} = 125 \text{ nm} \rightarrow \Delta_{PV-surface} = \frac{125}{8} = 15,6 \text{ nm} \rightarrow e_{PV-surface} = \frac{15,6}{n-1} = 26 \text{ nm}$$

$$\Delta_{RMS-total} = \frac{\lambda}{14} = 36 \text{ nm} \rightarrow \Delta_{RMS-surface} = \frac{36}{\sqrt{8}} = 12,7 \text{ nm} \rightarrow e_{RMS-surface} = \frac{12,7}{n-1} = 21 \text{ nm}$$

- 2 miroirs à $\lambda = 13 \text{ nm}$

$$\Delta_{PV-total} = \frac{\lambda}{4} = 3,25 \text{ nm} \rightarrow \Delta_{PV-miroir} = \frac{3,25}{2} = 1,6 \text{ nm} \rightarrow e_{PV-surface} = \frac{1,6}{2} = 0,8 \text{ nm}$$

$$\Delta_{RMS-total} = \frac{\lambda}{14} = 0,9 \text{ nm} \rightarrow \Delta_{RMS-surface} = \frac{0,9}{2} = 0,45 \text{ nm} \rightarrow e_{RMS-surface} = \frac{0,45}{2} = 0,23 \text{ nm}$$

sub-nano !

la compensation partielle étant peu probable
j'ai divisé le RMS par 2 et non par racine de 2

Calcul de l'aberration :

Estimation des aberrations pour une conique :

$$z = \frac{r^2}{R} \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \frac{(1+k)r^2}{R^2}}}$$

$$z = \frac{r^2}{2R} + (1+k) \cdot \frac{r^4}{8R^3} + O\left(\frac{r^6}{R^5}\right)$$

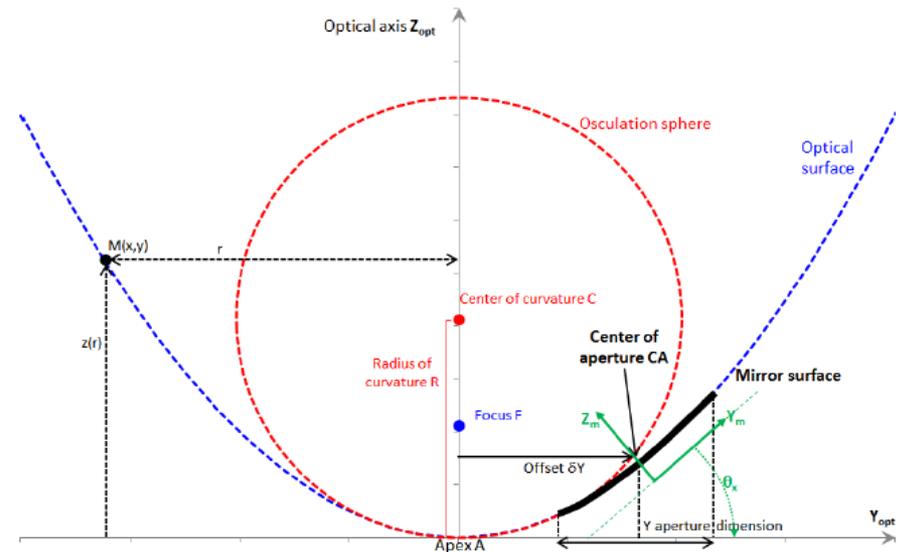
Variation du rayon de courbure :

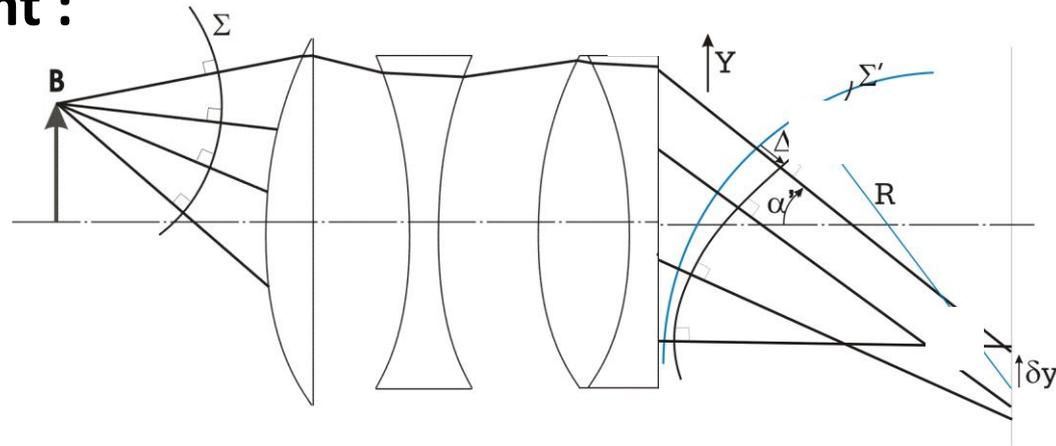
$$dz \approx \frac{r^2}{2R^2} dR$$

Variation de la constante de conicité :

$$dz \approx \frac{r^4}{8R^3} \cdot dk$$

Approximation valable pour un rayon parallèle à l'axe



Tolérancement :

L'écart aberrant Δ_{PV} (resp. Δ_{RMS}) du front d'onde à la sortie d'un système optique composé de plusieurs surfaces est obtenu en additionnant (resp. quadratiquement) les écarts introduits par chacune des surfaces.

$$\Delta(x, y) = \sum_{i=1, N} \Delta_{Surface\ i}(x, y)$$

Remarque : l'indice est supposé égal à 1 donc omis

Tolérancement :

$$\Delta_{RMS}^2 = \frac{1}{S} \cdot \iint \Delta^2 dS = \frac{1}{S} \iint \left(\sum_{i=1,N} \Delta_i \right)^2 dS$$

On suppose la moyenne de Δ nulle sur la pupille

$$\Delta_{RMS}^2 = \sum_{i=1,N} \frac{1}{S} \iint (\Delta_i)^2 dS + \frac{1}{S} \iint \sum_{i \neq j} \Delta_i \cdot \Delta_j dS$$

Sous certaines conditions sur les aberrations, on peut supposer que le terme croisé est nul en moyenne. On obtient alors :

$$\Delta_{rms} = \sqrt{\sum_N \Delta_{RMS-i}^2}$$

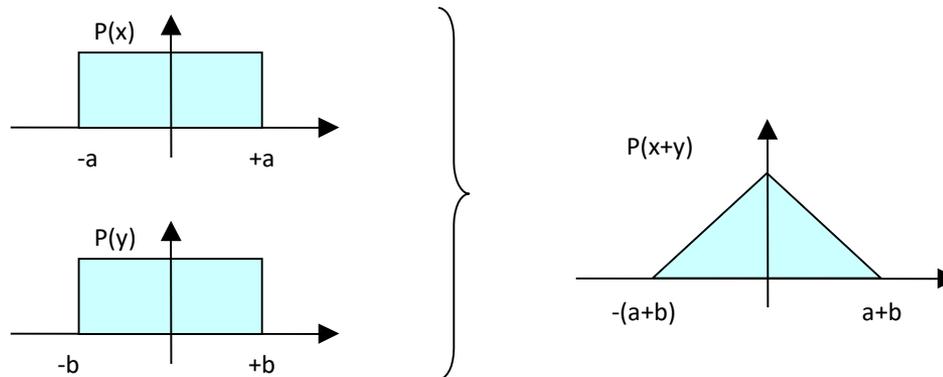
L'écart rms aberrant Δ_{RMS} du front d'onde à la sortie d'un système optique composé de plusieurs surfaces est alors obtenu en additionnant quadratiquement les écarts introduits par chacune des surfaces.

L'écart aberrant pv Δ_{pv} est quant à lui difficile à estimer. Dans un cas pire, il est égal à la somme arithmétique des écarts pv de chaque surface.

Tolérancement :

Quand un système dépend d'un grand nombre de paramètres, il devient vite intenable de diviser les tolérances par le nombre de contributeurs.

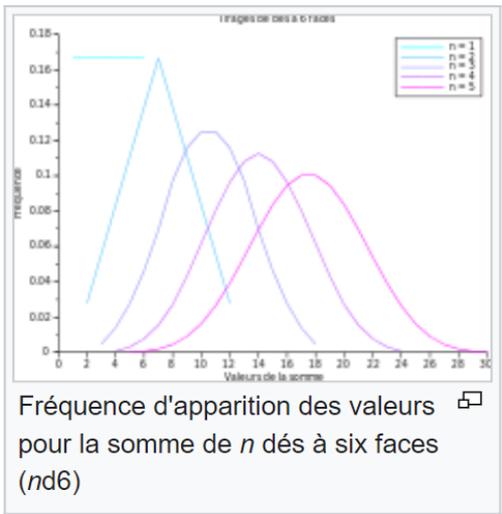
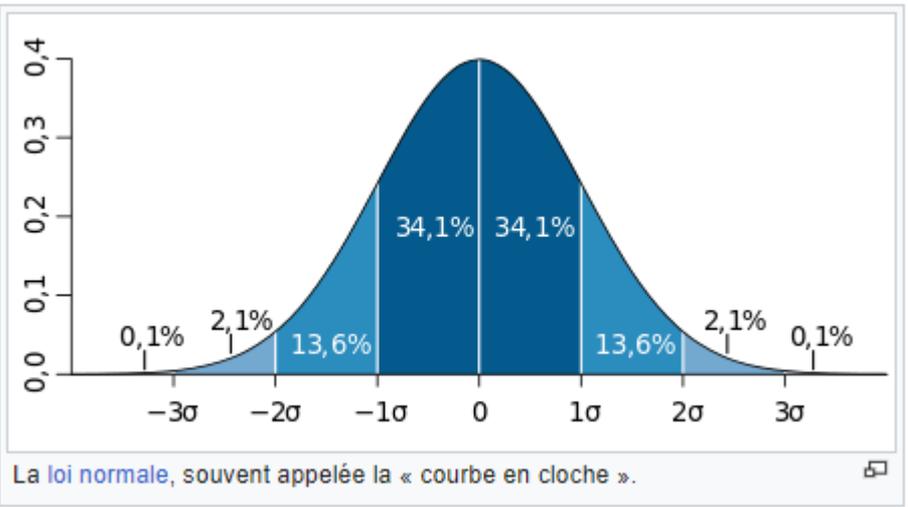
Considérons les contributeurs comme des variables aléatoires. Étudions un cas simple, avec la somme de 2 variables de densité de probabilité uniforme : la densité de probabilité de la somme n'est pas uniforme : c'est un triangle. La densité se "concentre" autour de 0, et il est relativement improbable de se trouver en limite de tolérance ($a+b$). Ce phénomène croît avec le nombre de variables aléatoires : la courbe « s'affine » progressivement :



Tolérancement :

Théorème Central limite : la densité de probabilité d'une somme de n variable aléatoires indépendantes et identiquement distribuées, d'espérance μ et d'écart type σ , tend vers une loi normale :

- **D'espérance $n\mu$**
- **D'écart type $\sqrt{n} \cdot \sigma$**



Ce théorème justifie de sommer les tolérances en quadratique pour obtenir une estimation de l'écart type (1 sigma) de la variable aléatoire considérée. Attention toutefois à bien définir la variable aléatoire que l'on considère lorsqu'on applique ce théorème.

Tolérancement :

Exemple 1 :

Différents contributeurs viennent déformer une surface optique. On connaît la statistique de chacun des contributeurs sur l'amplitude Ptv du défaut de front d'onde Δ :

Contributeur	Loi	Ecart type	Valeur moyenne
C1	uniforme	σ_1	0
C2	uniforme	σ_2	0
...		σ_i	0
Cn	uniforme	σ_n	0

Dans ce cas, la variable aléatoire est l'amplitude pv du défaut de front d'onde Δ .

D'après le théorème central limite, l'amplitude pv du front d'onde total Δ va suivre une loi normale d'écart type $\sigma =$ la somme quadratique des σ_i et de valeur moyenne nulle, ie :

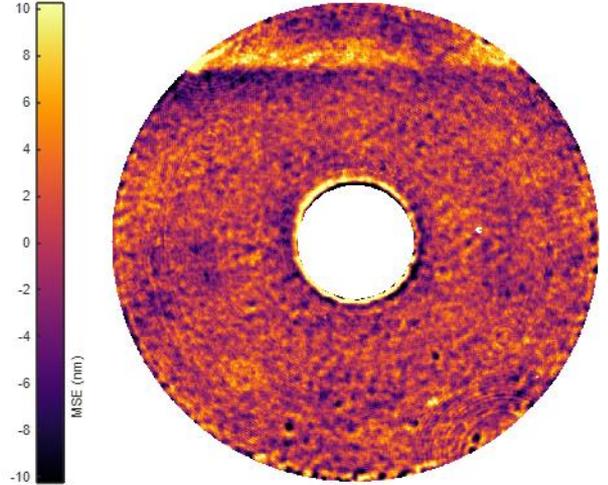
$$\Delta_{pv} < \sqrt{\sum \sigma_i^2} \text{ dans } 68 \% \text{ des cas}$$

Tolérancement :

Exemple 2 :

La carte de front d'onde générée par un interféromètre est entachée de bruit sans dépendance spatiale dû à différents contributeurs :

Contributeur	Loi	Ecart type	Valeur moyenne
C1	Poisson	σ_1	μ_1
C2	Poisson	σ_2	μ_2
...		σ_i	μ_i
Cn	Poisson	σ_n	μ_n



Dans ce cas, la variable aléatoire est la valeur de chaque pixel de la carte de front d'onde. Si il n'y a pas de dépendance spatiale entre les pixels, le rms de chaque carte est une bonne évaluation de l'écart type de chaque contributeur.

D'après le théorème central limite, le bruit total en chaque pixel va suivre une loi normale définie par :

$$\sigma = \sqrt{\sum rms_i^2} \text{ et } \mu = \sum \mu_i$$

Analyse de l'aberration globale :

Pour décrire les basses fréquences d'une carte de front d'onde, on peut projeter cette carte sur une base polynomiale, chaque polynôme correspondant alors à une aberration particulière.

Carte de front d'onde :

$$\Delta(x, y)$$

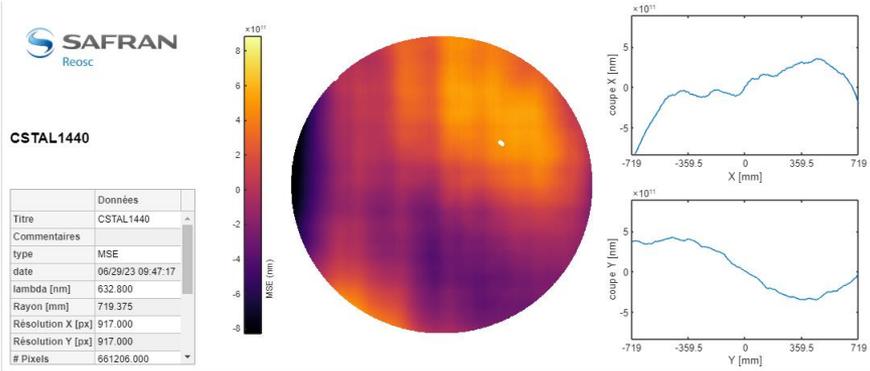
Base polynomiale :

$$(P_1(x, y), P_2(x, y), \dots, P_n(x, y))$$

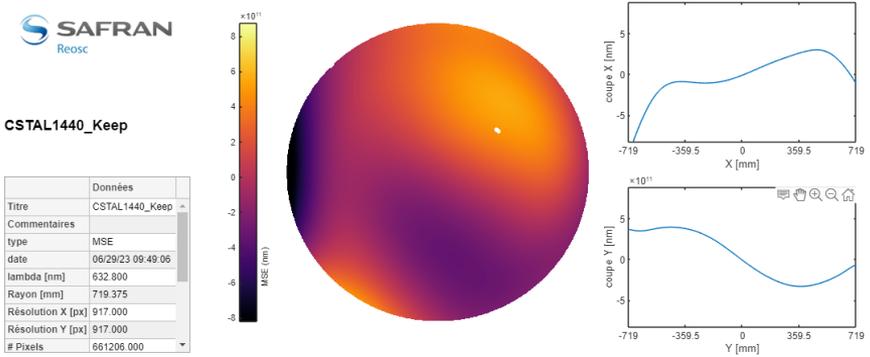
Projection de Δ sur la base :

$$\Delta(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i P_i(x, y) \right) + \varepsilon(x, y)$$

Les λ_i correspondent aux amplitudes de chaque polynôme décrivant Δ . Le terme $\varepsilon(x, y)$ correspond au résidu haute fréquence.

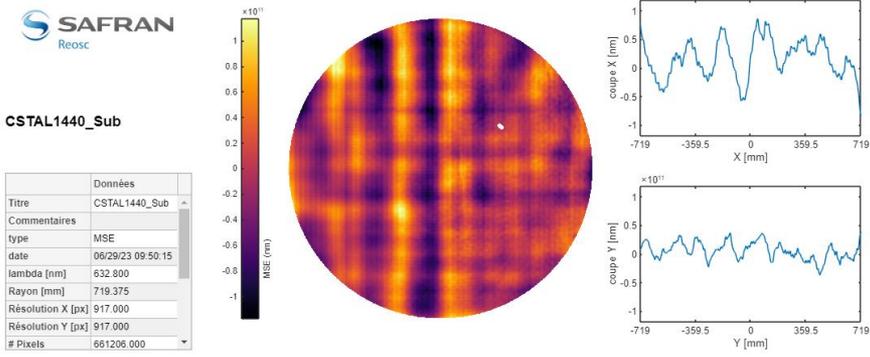


Carte de front d'onde :
 $\Delta(x, y)$



Projection polynomiale :

$$BF = \sum_{i=1}^n \lambda_i P_i(x, y)$$



Résidu :
 $HF = \varepsilon(x, y)$

Projection polynomiale :

Différentes bases peuvent être utilisées :

Base canonique :

$$P(x, y) = 1, x, y, xy, \dots x^i y^j$$

Polynômes de Legendre (orthogonaux pour un produit scalaire défini sur une pupille rectangulaire) :

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n} \cdot \sum_0^n \binom{n}{k}^2 (x-1)^{n-k} (x+1)^k$$
$$P_{i,j}(x, y) = P_i(x) \cdot P_j(y)$$

Polynômes de Zernike (orthogonaux sur un disque)

Autres : polynômes de Tchebychev, de Forbes...

Polynômes de Zernike (Très utilisés) :

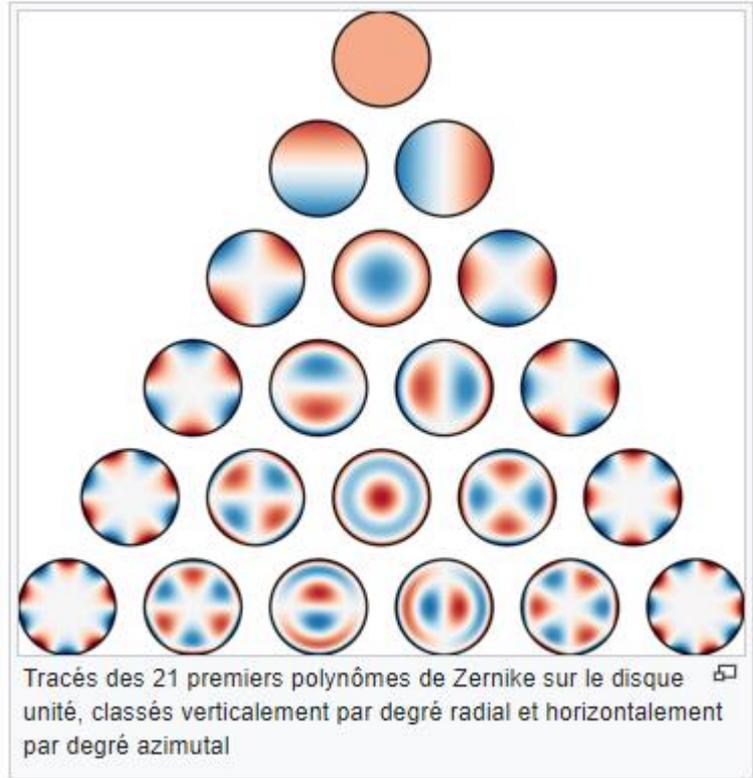
Ces polynômes décrivent bien des aberrations optiques ou des modes de déformations mécaniques.

La décomposition en polynômes de Zernike peut permettre de trouver l'origine des perturbateurs venant dégrader les performances optiques.

Ex :

Tilt, comas => souvent liés à un désalignement

Astigmatismes => peut être générés par une déformation mécanique ou un gradient thermique



Les polynômes de Zernike peuvent se décomposer en fonctions paires et impaires.

Les fonctions paires sont :

$$Z_n^m(\rho, \varphi) = R_n^m(\rho) \cos(m \varphi)$$

et les fonctions impaires sont :

$$Z_n^{-m}(\rho, \varphi) = R_n^m(\rho) \sin(m \varphi),$$

$$R_n^m(\rho) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)! \left(\frac{n-m}{2} - k\right)!} \rho^{n-2k}$$

Définition du produit scalaire pour ces polynômes : $\langle f, g \rangle = \frac{1}{S} \int_{Disque} f \cdot g \, dS$

Calcul de la projection dans le cas général

On cherche les λ_i minimisant la quantité (au sens des moindres carrés) :

$$\left\| \Delta(x, y) - \sum_{i=1}^n \lambda_i P_i(x, y) \right\|^2$$

Cela s'écrit sous forme matricielle :

$$\langle \Delta - P \cdot \lambda, \Delta - P \cdot \lambda \rangle \min$$

Avec $\Delta = (\Delta(x_i, y_j))$, écarts aberrants aux points (x_i, y_j) mis sous forme vectorielle

$P = (P_1(x_i, y_j), P_2(x_i, y_j), \dots, P_q(x_i, y_j))$ matrice constituée des vecteurs des polynômes P_i calculés aux points (x_i, y_j)

$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q)$ coefficients recherchés

On cherche donc à minimiser :

$$\Delta^T \cdot \Delta - 2 \cdot \lambda^T \cdot P^T \cdot \Delta + \lambda^T \cdot P^T \cdot P \cdot \lambda$$

En dérivant / λ , on trouve l'équation :

$$-2 \cdot P^T \cdot \Delta + 2 \cdot P^T \cdot P \cdot \lambda = 0$$

$P^T \cdot P$ est la matrice des produits scalaires ($\langle P_i, P_j \rangle$), symétrique qui est inversible car les P_i sont libres (base de polynômes). On en déduit lambda :

$$\lambda = (P^T \cdot P)^{-1} \cdot P^T \cdot \Delta$$

Intérêt d'utiliser une base orthogonale pour faire une décomposition polynomiale :

- **Facilité de calcul** : on obtient les coefficients λ_i en calculant les produits scalaires :

$$\Delta_p(x, y) = \sum_{i=1}^n \lambda_i P_i(x, y) \Rightarrow \lambda_i = \frac{\langle \Delta, P_i \rangle}{\langle P_i, P_i \rangle}$$

(Résultat faux dans le cas général : les produits scalaires ne donnent plus directement les coefficients λ_i si la base n'est pas orthogonale, car la matrice $(P^T \cdot P)$ n'est plus diagonale dans ce cas)

- les λ_i sont dans ce cas **indépendants de la dimension de la base** (faux si la base n'est pas orthogonale)
- La norme de Δ_p s'obtient alors en **sommant quadratiquement les normes des P_i** (Pythagore) :

$$\langle \Delta_p, \Delta_p \rangle = \|\Delta_p\|^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \|P_i\|^2$$

Si Δ_p est une carte de moyenne nulle, on a alors :

$$rms(\Delta_p)^2 = \|\Delta_p\|^2 - \overline{\Delta_p}^2 = \|\Delta_p\|^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \cdot rms(P_i)^2$$

Quand des perturbations génèrent des termes de Zernike d'ordre différent (ex : SA3 vs. Coma3 vs. Astig3), **additionner quadratiquement les contributions en RMS** n'est pas une approximation, c'est une expression exacte qui vient de l'orthogonalité des polynômes de ZERNIKE

$$\begin{aligned} rms(\Delta_p)^2 &= \langle \Delta_p, \Delta_p \rangle - \overline{\Delta_p}^2 \\ &= \left\langle \sum a_i Z_i, \sum a_i Z_i \right\rangle - \left\langle \sum a_i Z_i, 1 \right\rangle^2 \\ &= \sum a_i^2 \|Z_i\|^2 + \sum a_i a_j \langle Z_i Z_j \rangle - a_1^2 \|Z_1\|^2 \end{aligned}$$

Les termes croisés ($i \neq j$) et les $\langle Z_i Z_j \rangle$ sont nuls, donc :

$$rms(\Delta_p)^2 = \sum_{i>1} a_i^2 \|Z_i\|^2$$

Le coefficient $\|Z_i\|$ est une constante propre au polynôme. Les ZERNIKE sont égaux à 1 en bord de pupille. Ils ne sont pas normés. On peut montrer qu'on a :

$$WFE_{RMS}^2 = \frac{a_4^2}{3} + \frac{a_5^2 + a_6^2}{6} + \frac{a_7^2 + a_8^2}{8} + \frac{a_9^2}{5} + \dots$$

La sommation quadratique des contributions RMS est mathématiquement justifiée

Projection polynomiale :

Peut-on déduire l'impact sur la réponse impulsionnelle ou la FTM de l'aberration totale à partir de sa décomposition en aberrations individuelles ?

$$I_{aberration} \sim \left(\frac{2\pi}{\lambda} n \right)^2 \left(\tilde{P} \cdot \tilde{P} \Delta^2 - |\tilde{P} \Delta|^2 \right)$$

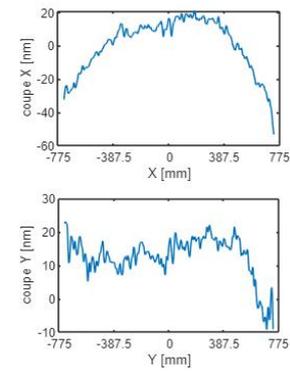
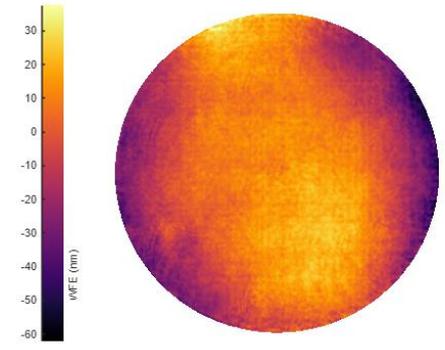
$$H_{aberration} \sim \left(\frac{2\pi}{\lambda} n \right)^2 (P * P \Delta^2 - P \Delta * P \Delta)$$

Malheureusement non. Le côté quadratique des équations interdit toute conclusion (apparition de termes croisés).

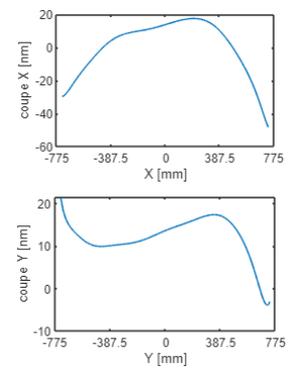
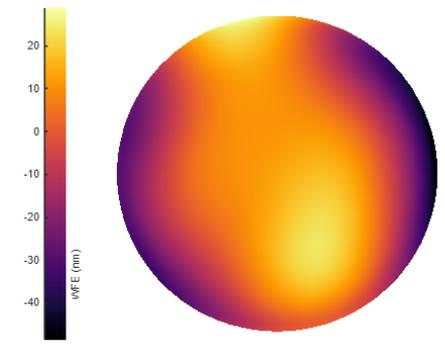
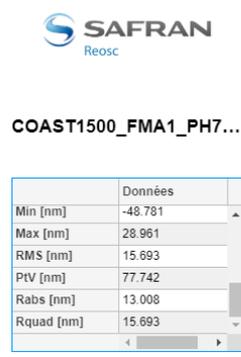
On ne peut déduire des choses que sur un critère global comme le rms, qui à travers le critère de Maréchal permet de borner l'impact des aberrations.

Exemple : décomposition sur 36 Zernike d'une carte de front d'onde :

Carte initiale : $rms(\Delta) = 16 \text{ nm}$



Carte projetée : $rms(\Delta_p) = 15.7 \text{ nm}$

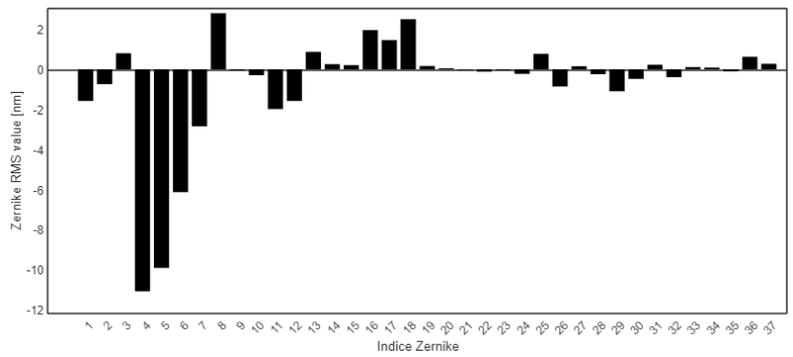


Principaux coefs de Zernike :

Z4 (focus) : 6.4 nm rms

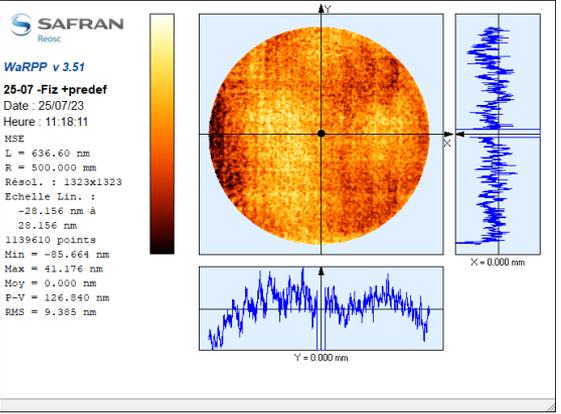
Z5, Z6 (astig) : 4.7 nm rms

Somme : 8.0 nm rms

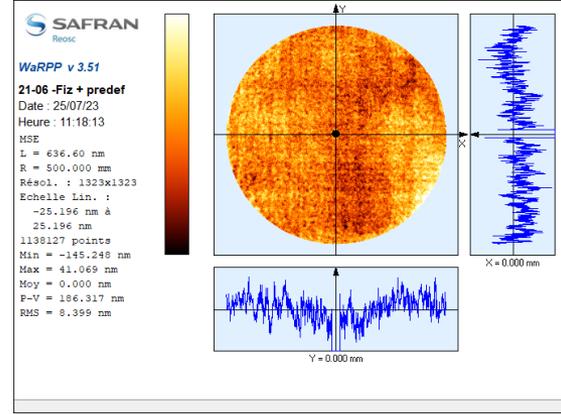


Exemple d'analyse utilisant les polynômes de zernike : analyse de différentes mesures d'un plan de référence de 1.5 m de diamètre

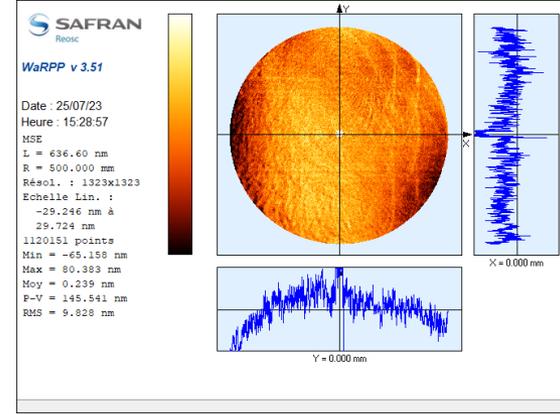
Mesure 1



Mesure 2



Différence



15,000

10,000

5,000

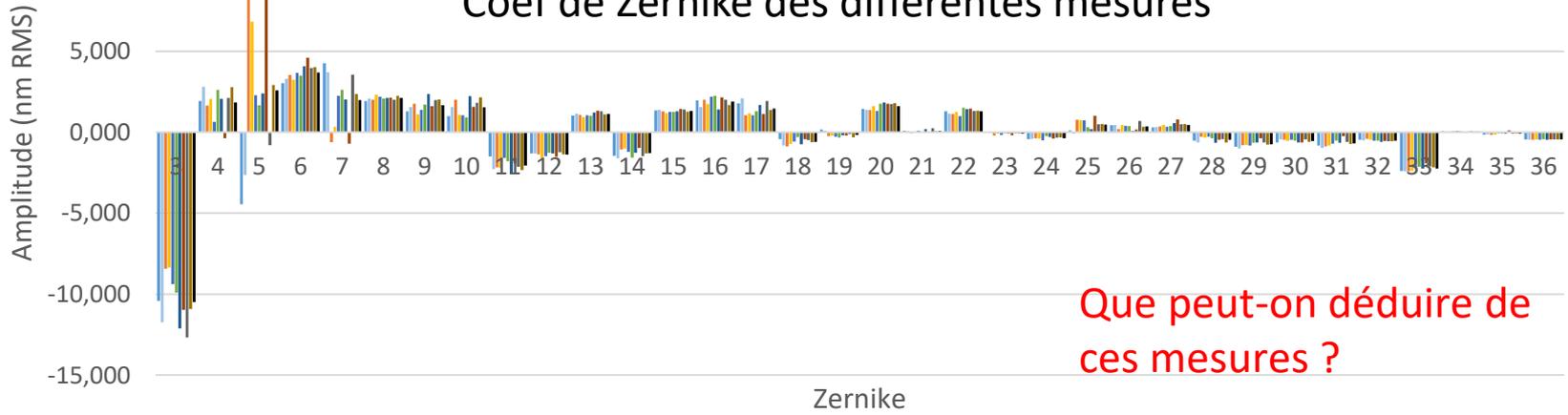
0,000

-5,000

-10,000

-15,000

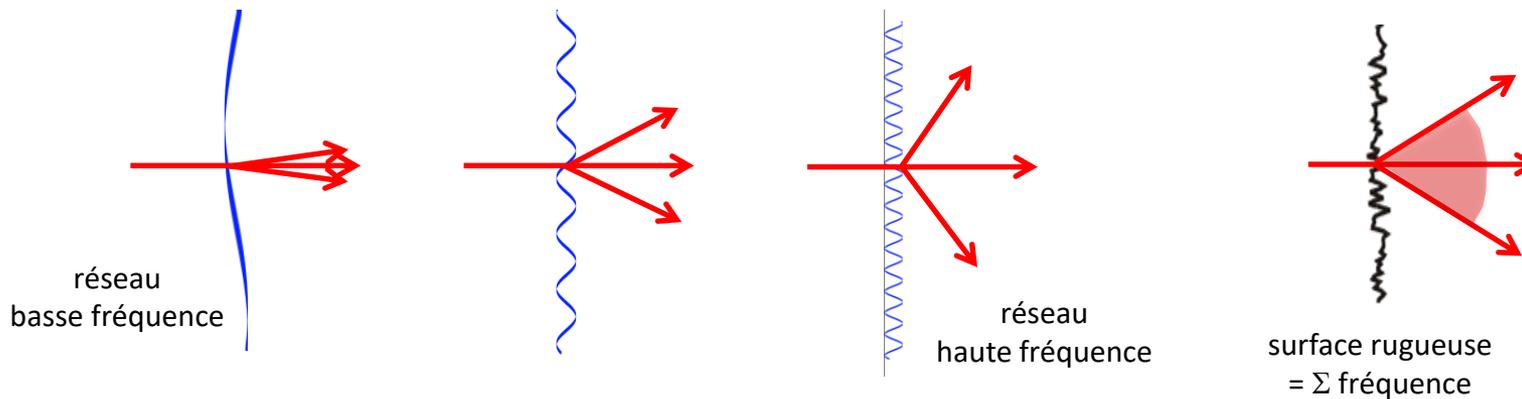
Coef de Zernike des différentes mesures



Que peut-on déduire de ces mesures ?

Zernike

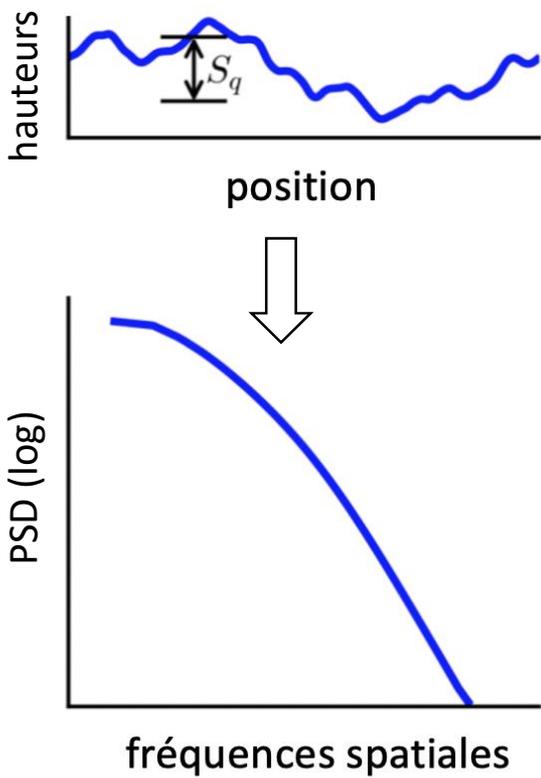
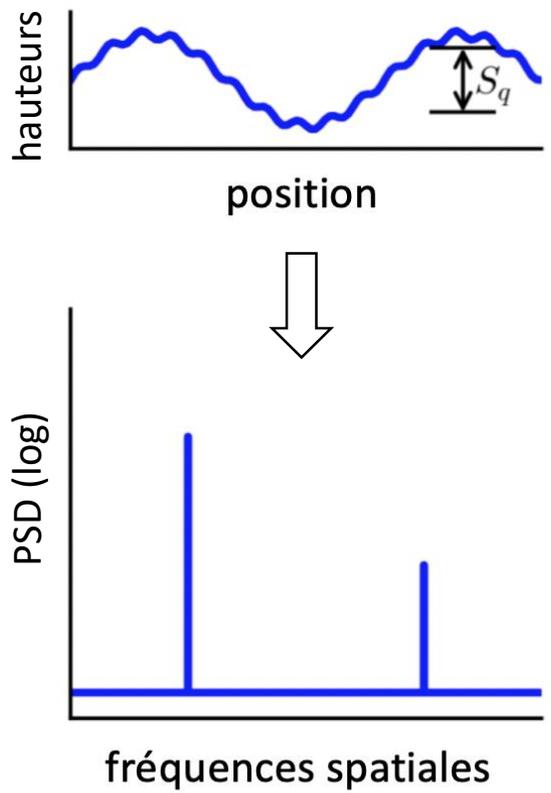
La diffraction par une structure périodique (type réseau) engendre des rayons ayant une direction bien définie (ordres de diffraction). Plus la période est petite (plus la fréquence spatiale est grande) plus l'angle de diffraction est important. Une structure de période inférieure à la longueur d'onde ne diffracte pas.



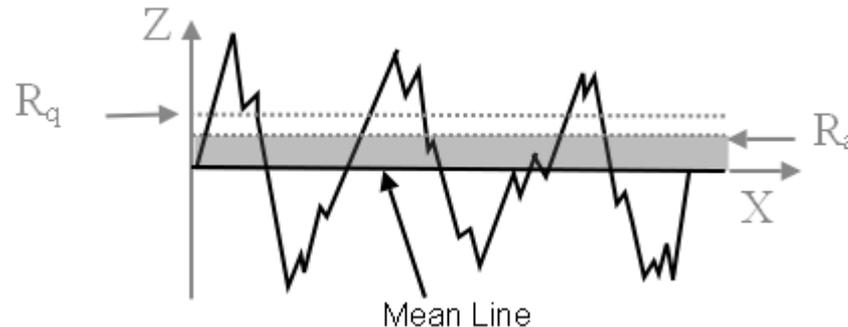
Une surface ayant une distribution aléatoire de **hautes fréquences** spatiales (**rugosité**) diffractera la lumière dans un halo de **diffusion** et engendrera une perte de transmission et couvrira l'image d'un voile très étendu sans en altérer directement la résolution.

Dans un système optique l'influence de la rugosité va dépendre des conditions de l'imagerie : point brillant sur fond sombre; tache sombre sur fond brillant; présence d'une source brillante dans le champ.

Les défauts HF (et même BF et MF) sont traditionnellement analysés à l'aide de l'outil statistique : variance des hauteurs et densité spectrale de puissance (PSD). La PSD, module carré de la TF des hauteurs, rend possible la détermination de l'efficacité fréquentielle de n'importe quel procédé pour la diminution des défauts.



L'écart type des hauteurs représente la **rugosité** σ de la surface (cas stationnaire et surface de mesure suffisamment grande).



On définit :

$$R_q^2 = \sigma^2 = \frac{1}{S} \iint_S |Z(x, y) - \bar{Z}|^2 dx dy$$

$$R_a = \frac{1}{S} \iint_S |Z(x, y) - \bar{Z}| dx dy$$

On a toujours :

$$R_a \leq R_q \text{ (Cauchy Schwartz)}$$

On définit $z(x, y) = Z(x, y) - \bar{Z}$. Avec l'égalité de Parseval, la rugosité est directement reliée au spectre des hauteurs (TF).

$$R_q^2 = \sigma^2 = \frac{1}{S} \iint_S |z(x, y)|^2 dx dy = \frac{1}{S} \iint_{Freq} |\tilde{z}(f_x, f_y)|^2 df_x df_y$$

Par définition, la **densité spectrale de puissance** (PSD) est la TF de la fonction d'autocorrélation $T(x, y)$ définie par :

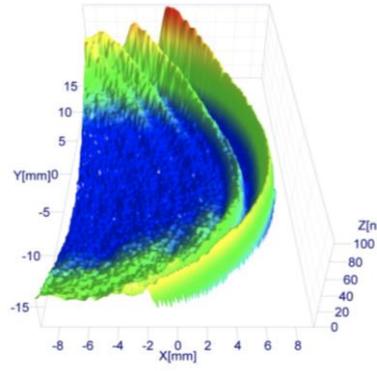
$$T(X, Y) = \frac{1}{S} \iint z(x, y) \cdot z(x - X, y - Y) dx dy$$

$$PSD(f_x, f_y) = \frac{1}{S} \left| \iint_S T(x, y) e^{-i2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy \right| = \frac{1}{S} |\tilde{z}(f_x, f_y)|^2$$

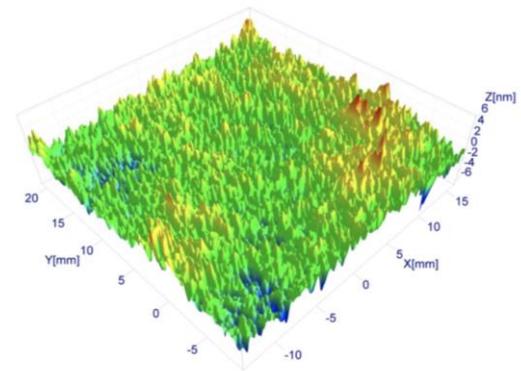
La rugosité représente donc l'aire sous la PSD. **Elle dépend donc de la plage spectrale utilisée pour la mesure** (et donc de l'instrument)

$$\sigma^2 = \iint_{Freq} PSD(f_x, f_y) df_x df_y = \overset{\substack{\text{en coordonnées} \\ \text{polaires}}}{2\pi} \int_{f=\sqrt{f_x^2+f_y^2}} PSD(f) f df = 2\pi \int_{f=f_{min}>0}^{f_{max}<1/\lambda} PSD(f) f df$$

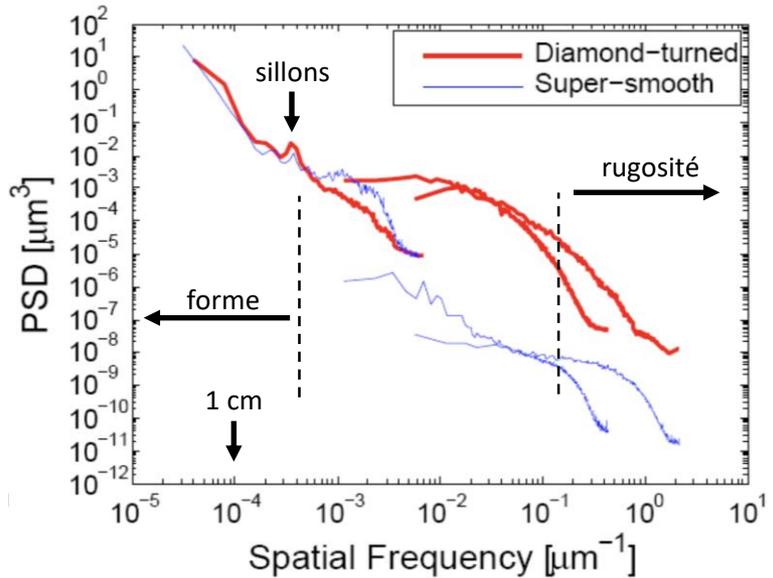
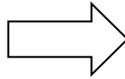
Exemple



surface ébauchée avec un outil diamant



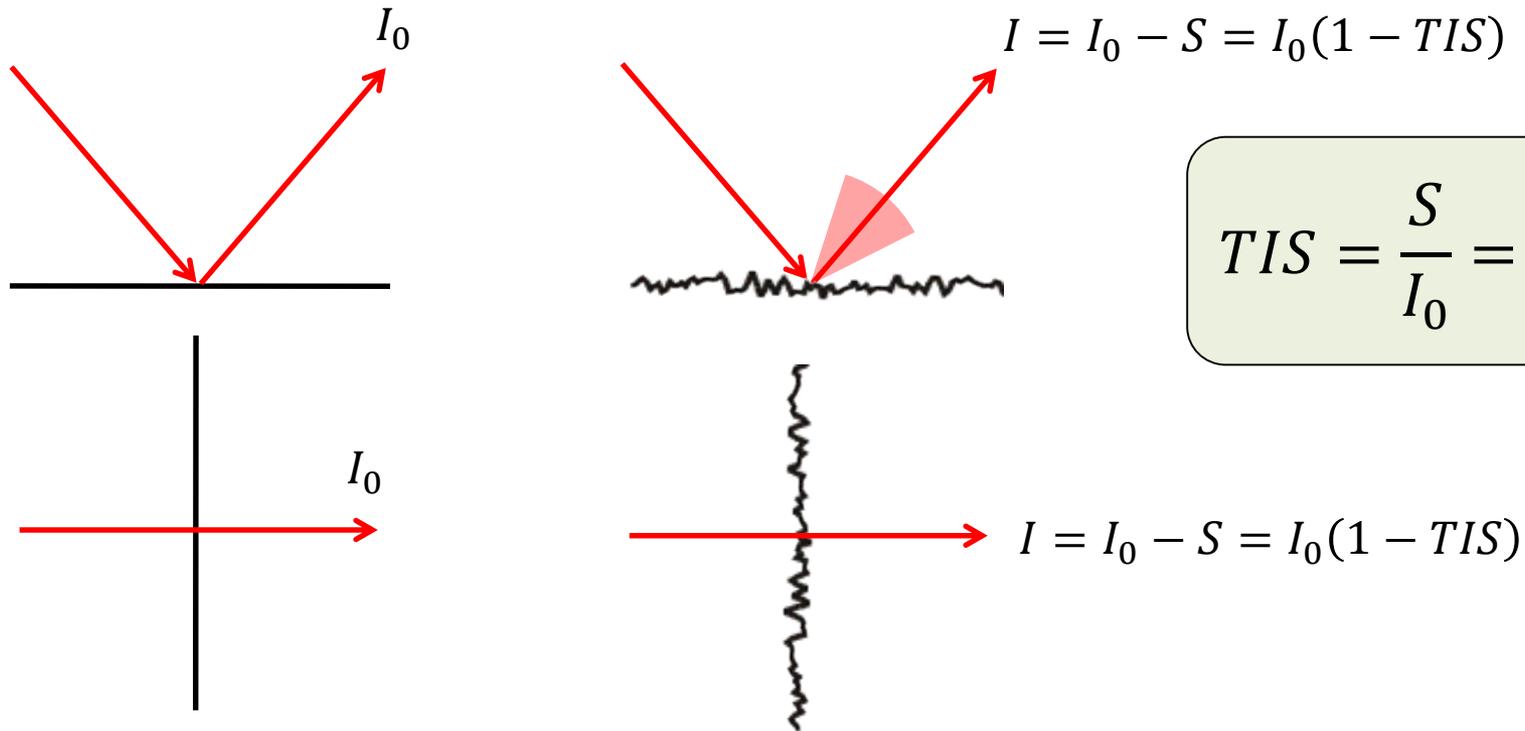
surface super-polie λ/100 PV



Les PSD sont calculées à partir des profils de hauteurs des surfaces mesurés avec un microscope interférométrique. A basse fréquence, la PSD est équivalente dans les deux surfaces. Puis aux hautes fréquences la surface super-polie possède une PSD beaucoup moins importante.

Les sillons observés sur la surface ébauchée avec un outil diamant (période de l'ordre de 3 mm) engendre une fréquence caractéristique sur la PSD à $3 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}^{-1}$.

Une autre grandeur simple à utiliser est la fraction de la lumière transmise (ou réfléchie dans le spéculaire) perdue par diffusion sur la rugosité, appelée **TIS, Total Integrated Scattering**. Pour les faibles rugosités, le TIS est l'équivalent du rapport de Strehl pour les faibles aberrations.



En appliquant la formule du Strehl ratio, on obtient :

$$TIS = 1 - \frac{I}{I_0} \sim \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \times \langle (n'\Delta)^2 \rangle_{\Delta \ll \lambda}$$

où $\langle (n'\Delta)^2 \rangle$ représente la variance du front d'onde perturbé par la rugosité de surface R_q . L'expression de $\langle (n'\Delta)^2 \rangle$ se retrouve avec les relations vues pour l'écart normal, à savoir :

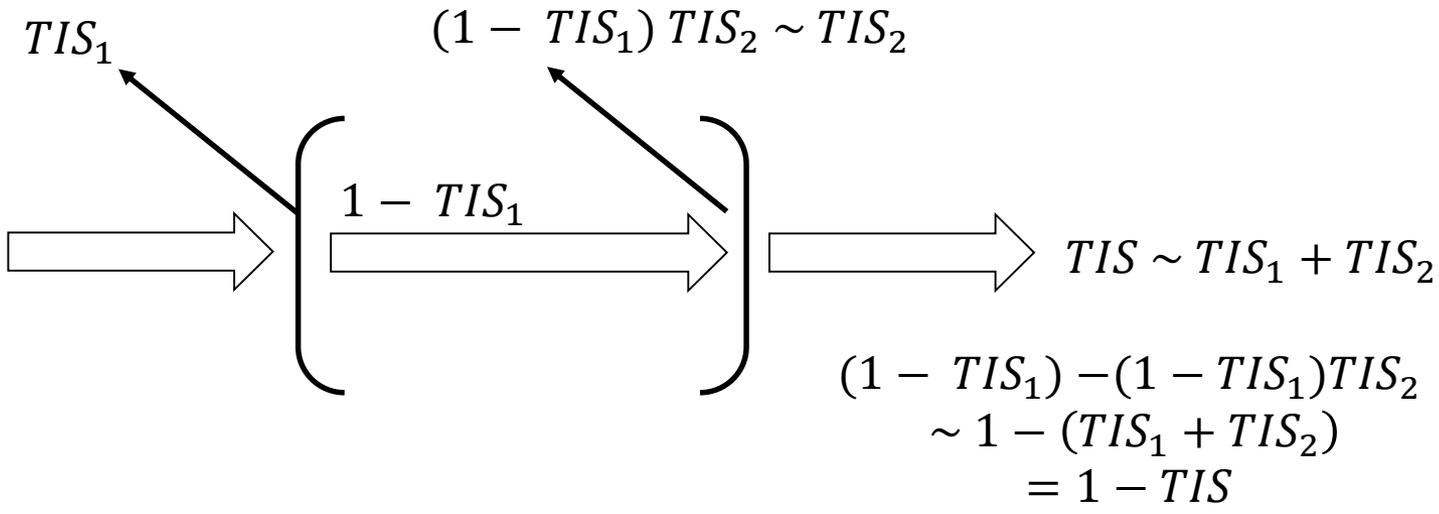
$$n'\Delta = R_q \times [n' \cos i' - n \cos i]$$

en incidence normale ($i=i'=0$), on a

$$\langle (n'\Delta)^2 \rangle = (n - 1)^2 \times R_q^2 \quad \text{en transmission d'un dioptre}$$

$$\langle (n'\Delta)^2 \rangle = 4R_q^2 \quad \text{en réflexion}$$

Si les pertes par diffusion sont faibles ($TIS \ll 1$) à chaque dioptre alors la perte totale du système est égale à la somme des pertes



Exemples en incidence normale

TIS	13.5nm	157nm	550nm	10.6μm
1%	1.1 Å	12.5 Å	44 Å	0.08μm
10%	3.4 Å	40 Å	138 Å	0.30 μm

un miroir

$$R_q = \lambda/14 \rightarrow TIS \sim 0,8$$

@500nm une rugosité de 35 nm diffuse 80%

$$R_q = \lambda/100 \rightarrow TIS \sim 0,016$$

@500nm une rugosité de 5 nm diffuse 2%

8 lentilles $n = 1,5$ @500 nm

équivalent à une seule réflexion vitreuse en incidence normale

$$R_q = 10 \text{ nm} \rightarrow TIS = 16 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \times (n - 1)^2 \times R_q^2 \sim 0,016$$